Institut für Theoretische Physik
Universität zu Köln

Tim Schmitz, Christopher Max
Rochus Klesse

Theoretische Physik II (Lehramt, Geophysik, Wahlfach)
11. Übung

Sommersemester 2019

Abgabe bis Mittwoch, den 03.07.2019, 11:00 Uhr in die entsprechenden Briefkästen vor dem Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

36. Zur Diskussion

a) Wie lautet die kanonische Wahrscheinlichkeitsverteilung und was beschreibt sie?

b) x_i und x_j seien zwei Zustände eines Systems mit Energien E_i bzw. E_j. Im Gleichgewicht bei Temperatur T befinde sich das System mit Wahrscheinlichkeit P im Zustand x_i. Mit welcher Wahrscheinlichkeit Q findet man das System dann im Zustand x_j?

c) Geben Sie mittels b) eine einfache Begründung der barometrischen Höhenformel, gemäß derer z.B. die Teilchendichte n folgende Abhängigkeit von der Höhe h zeigt:

$$\frac{n(h)}{n(0)} = e^{-\frac{mgh}{KT}} \ . \tag{1}$$

Um welche Größen handelt es sich hier bei m und g ?

37. Ultrarelativistisches Gas (10)

Bewegen sich die Teilchen eines Gases mit nahezu Lichtgeschwindigkeit c, muss ihre Energie relativistisch gemäß der Energie-Impuls-Beziehung $E = \sqrt{m_0^2c^4 + c^2|\vec{p}|^2}$ bestimmt werden. Im Falle sehr hochenergetischer Gasteilchen mit $E \gg m_0c^2$ spricht man von einem *ultrarelativistischen Gas*. Hier kann die Ruhemasse m_0 vernachlssigt werden und die Energie eines Teilchens mit Impuls $\vec{p}$ ist in guter Näherung $E = c|\vec{p}|$.

Zeigen Sie, dass für ein solches Gas die mittlere Teilchenenergie gegeben ist durch

$$\frac{E}{N} = 3KT.$$

Hinweis: Verwenden Sie mikrokanonische *oder* kanonische Verteilung.

38. Zweizustandssysteme II (10)

Betrachten Sie nochmal das Zweizustandssystem aus Aufg. 35: Im Zustand 0 bzw. 1 ist die Energie E_0 bzw. $E_1 = \epsilon > 0$. Bestimmen Sie die mittlere Besetzungswahrscheinlichkeiten der Zustände und die mittlere Energie des Systems bei Temperatur T. Nutzen Sie diesmal den Formalismus der kanonischen Verteilung. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Aufg. 35.

39. Harmonischer Oszillator (7+3)

a) Betrachten Sie einen klassischen eindimensionalen harmonischen Oszillator. Die Hamiltonfunktion ist gegeben durch

$$H(q,p) = \frac{p^2}{2m} + \frac{m}{2}\omega^2 q^2.$$

Bestimmen Sie die kanonische Zustandssumme und daraus die mittlere Energie des Oszillators abhängig von der Temperatur.

b) Wie lauten Zustandssumme und mittlere Energie für einen quantenmechanischen harmonischen Oszillator der Frequenz ω? Was geschieht für hohe Temperaturen $KT \gg \hbar\omega$? Vergleichen Sie mit dem klassischen Fall.
Hinweis: Hier ist die geometrische Reihe nützlich,

$$\sum_{n=0}^{\infty} x^k = \frac{1}{1-x}.$$