
Theoretische Physik II (Lehramt, Geophysik, Wahlfach)
8. Übung

Sommersemester 2019

Abgabe bis Mittwoch, den 05.06.2019, 11:00 Uhr in den entsprechenden Briefkästen vor dem Eingang des Instituts für Theoretischen Physik.

28. Zur Diskussion: Bits und Qubits

Q sei ein quantenmechanisches Zwei-Zustands-System.

- Wieviele orthonormale Zustandsvektoren gibt es im Zustandsraum eines aus 40 Systemen Q zusammengesetztes Quantensystem Q_{40} ?
- Angenommen, Sie stellen zwecks numerischer Berechnung einen beliebigen Zustand $|\psi\rangle$ des Systems Q_{40} in einer Orthonormalbasis dar und speichern dazu jeden komplexen Koeffizienten in jeweils 8 Byte Computerspeicher ab. Wieviel Giga- oder Terabyte Speicherplatz benötigen Sie dafür insgesamt? Wieviel Folgen GoT könnten Sie stattdessen abspeichern? Könnte man dann nicht irgendwie ebensoviele Folgen in Q_{40} abspeichern?
- Ein klassisches Zwei-Zustands-System K besitze genau zwei klassische Zustände 0 und 1. Wieviele Zustände besitzt ein aus 40 Systemen K zusammengesetztes System K_{40} und wieviel Bytes benötigen Sie zur Beschreibung eines beliebigen Zustands von K_{40} ?

29. Ehrenfest Theorem

(1+5+4)

Betrachten Sie ein Teilchen, das sich in einer Dimension in einem Potenzial $V(x)$ bewegt. Wir wollen hier zeigen, dass die zeitabhängigen Erwartungswerte von Orts- und Impulsoperator, $\langle x \rangle_{\psi(t)}$ und $\langle p \rangle_{\psi(t)}$, zumindest näherungsweise den klassischen Bewegungsgleichungen genügen.

- Zeigen Sie folgende allgemeine Relation:

$$\frac{d}{dt} \langle A \rangle_{\psi(t)} = \frac{i}{\hbar} \langle [H, A] \rangle_{\psi(t)}.$$

- Wir betrachten zuerst den harmonischen Oszillator, $V(x) = \frac{m\omega^2}{2}x^2$. Bestimmen

Sie $\frac{d}{dt} \langle x \rangle_{\psi(t)}$ und $\frac{d}{dt} \langle p \rangle_{\psi(t)}$ und zeigen Sie, dass $\langle x \rangle_{\psi(t)}$ und $\langle p \rangle_{\psi(t)}$ auch Lösungen der klassischen Bewegungsgleichungen sind, d.h.

$$\frac{d}{dt} \langle x \rangle_{\psi(t)} = \frac{1}{m} \langle p \rangle_{\psi(t)} \quad \text{und} \quad \frac{d}{dt} \langle p \rangle_{\psi(t)} = -V'(\langle x \rangle_{\psi(t)})$$

Hinweis: Benutzen Sie die Ortsdarstellung von p und x um die Kommutatoren auszuwerten.

- c) Jetzt betrachten wir ein allgemeines Potenzial $V(x)$. Bestimmen sie wieder $\frac{d}{dt} \langle x \rangle_{\psi(t)}$ und $\frac{d}{dt} \langle p \rangle_{\psi(t)}$. Welche Bedingung muss $V(x)$ erfüllen, damit $\langle x \rangle_{\psi(t)}$ und $\langle p \rangle_{\psi(t)}$ auch hier die klassischen Bewegungsgleichungen lösen? Fällt Ihnen außer dem harmonischen Oszillator noch ein weiteres Potenzial ein, welches diese Bedingung erfüllt?

30. Harmonischer Oszillator in drei Dimensionen (4+2)

Hier betrachten wir den harmonischen Oszillator in drei Dimensionen mit Hamiltonoperator

$$H = \frac{|\vec{p}|^2}{2m} + \frac{m\omega^2}{2} |\vec{r}|^2.$$

- a) Es bezeichne ψ_n die Wellenfunktionen zum eindimensionalen harmonischen Oszillator mit Energie $E_n = \hbar\omega(n + 1/2)$. Zeigen Sie, dass der Zustand $|\psi_{n_1, n_2, n_3}\rangle$ mit Wellenfunktion

$$\psi_{n_1, n_2, n_3}(x_1, x_2, x_3) = \psi_{n_1}(x_1)\psi_{n_2}(x_2)\psi_{n_3}(x_3)$$

ein Eigenzustand von H ist. Welche Eigenenergie hat der Zustand $|\psi_{n_1, n_2, n_3}\rangle$?

- b) Welche Entartung haben die Eigenzustände von H , d.h. wie groß ist die Dimension des Eigenraums von H zu einer gegebenen Energie E ?

31. Verschränkung (7)

Alice in Köln und Bob auf Sirius teilen sich n paarweise verschränkte Quantensysteme $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$. Der Zustand des i -ten Systems sei

$$|\psi_i\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|0\rangle_{A_i} |0\rangle_{B_i} + |1\rangle_{A_i} |1\rangle_{B_i}) ,$$

wobei $|0\rangle_{A_i}, |1\rangle_{A_i}$ bzw. $|0\rangle_{B_i}, |1\rangle_{B_i}$ orthonormale Zustände von A_i bzw. B_i seien. Nun misst Alice nacheinander an ihren Systemen A_1, \dots, A_n jeweils ob $|0\rangle_{A_i}$ oder $|1\rangle_{A_i}$ vorliegt, Bob macht gleich darauf dasselbe mit seinen Systemen B_1, \dots, B_n .

- Was beobachten Alice und Bob jeweils für sich bei diesen Messungen?

- Auf welche Weise hängen die Messresultate von Alice und Bob zusammen?
- Macht es einen Unterschied, ob zuerst Alice misst und dann Bob oder ob zuerst Bob und dann erst Alice misst?
- Können Alice und Bob mittels der verschränkten Systeme Signale austauschen?