Institut für Theoretische Physik | Rochus Klesse
Universität zu Köln | Christopher Max

Theoretische Physik I
14. Übung

Wintersemester 18/19

Abgabe der Aufgaben 42, 43 und 44 bis Mittwoch, den 30.01.2019, 11:00 Uhr in den entsprechenden Briefkästen vorm Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

Zur Diskussion

a) Wie lautet das Induktionsgesetz?

b) Folgern Sie das Induktionsgesetz aus den Maxwellschen Gleichungen für den Fall einer *stationären* Leiterschleife.

c) Wie lauten die Wellengleichungen der Elektrodynamik?

d) Folgern Sie die Wellengleichungnen der Elektrodynamik aus den Maxwellschen Gleichungen. Sie können dabei die Identität

$$\mathrm{rot}(\mathrm{rot}\vec{A}) \;=\; \mathrm{grad}(\mathrm{div}\vec{A}) - \Delta\vec{A}$$

verwenden.

42 Eindimensionale Wellen (2+2+2+2+2)

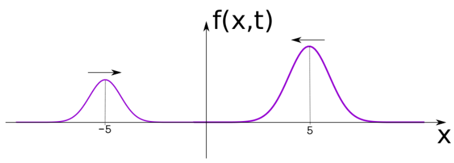
a) Wie lautet die eindimensionale Wellengleichung mit Ausbreitungsgeschwindigkeit c für eine Größe $f(x,t)$?

b) Gegeben sei eine beliebige, zweimal differenzierbare Funktion $u(x)$. Zeigen Sie, dass die Funktionen $f_+(x,t) := u(x-ct)$ und $f_-(x,t) := u(x+ct)$ jeweils Lösungen der Wellengleichung sind.

c) Skizzieren Sie die Lösungen $f_\pm$ für $u(x) = e^{-x^2}$ mit $c = 1$ für die Zeiten $t_0 = 0$, $t_1 = 5$ und $t_2 = 10$.

d) Bei der Wellengleichung handelt es sich offenbar um eine lineare homogene partielle Differentialgleichung. Was bedeutet das für die Lösungen?

e) Betrachten Sie die hier abgebildete Skizze zur Zeit $t = 0$ für $c = 1$. Skizzieren Sie



$f(x,t)$ für $t = 2$ und $t = 10$.

43 Ebene harmonische Wellen (10)

Eine spezielle Lösung der Wellengleichung in drei Dimensionen kann mittels dem Ansatz

$$\vec{E}(\vec{r},t) = \vec{E}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t) \text{ und } \vec{B}(\vec{r},t) = \vec{B}_0 \cos(\vec{k}\vec{r} - \omega t)$$

gefunden werden. Zeigen Sie, dass dieser Ansatz eine Lösung der Wellengleichung liefert, wenn

$$\vec{E}_0 \perp \vec{k}, \;\; \vec{B}_0 = \frac{1}{c}\hat{k} \times \vec{E}_0 \text{ und } \omega = |\vec{k}|c$$

gilt.

44 Antenne (10)

Die unten skizzierte quadratische Leiterschleife ∂Q in der xz-Ebene soll als Antenne zum Nachweis elektromagnetischer Wellen dienen.

a) Zeigen Sie, dass die von einer elektromagnetischen Welle mit Feldern $\vec{E}(\vec{r},t)$, $\vec{B}(\vec{r},t)$ induzierte Spannung $U_{ind}(t)$ gleichermaßen durch

$$U_{ind}(t) = \frac{d}{dt}\Phi(t) = \frac{d}{dt}\int_Q \vec{B}(\vec{r},t)d\vec{f}$$

oder

$$U_{ind}(t) = -\int_{\partial Q} \vec{E}(\vec{r},t)d\vec{l}$$

gegeben ist.

b) Bestimmen Sie die induzierte Spannung für eine ebene harmonische Welle mit Wellenvektor $\vec{k}_1 = k\vec{e}_x$ und elektrischer Polarisation $\vec{E}_0 = E_0\vec{e}_z$.

c) Bestimmen Sie nun die induzierte Spannung für eine ebene harmonische Welle mit Wellenvektor $\vec{k}_2 = k\vec{e}_y$ und elektrischer Polarisation $\vec{E}_0 = E_0\vec{e}_z$.