Institut für Theoretische Physik
Universität zu Köln

Rochus Klesse
Christopher Max

Theoretische Physik I
2. Übung

Wintersemester 18/19

Abgabe der Aufgaben 6, 5 und 7 bis Mittwoch, den 24.10.2018, 11:00 Uhr in den entsprechenden Briefkästen vorm Eingang des Instituts für Theoretische Physik.

5 Zur Diskussion

Warum wäre in einem Newtonschen Universum alles vorherbestimmt?

6 Lineare Repulsion (Präsenzaufgabe) (1+3+2+3+1)

Ein Körper der Masse m unterliegt der ortsabhängigen Kraft

$$\vec{F}(\vec{r}) = +k\vec{r}\,,$$

wobei k eine positive Konstante ist.

a) Skizzieren Sie das *Kraftfeld* $\vec{F}(\vec{r})$.

b) Welcher Bahn $\vec{r}(t)$ folgt der Körper, wenn er sich zum Zeitpunkt $t = 0$ bei $\vec{r}_0$ befindet und dort die Geschwindigkeit $\vec{v}_0$ hat?

c) Zeigen Sie, dass diese Bahn in einer festen Ebene liegt und bestimmen Sie diese.

d) Betrachten Sie nun speziell die Bahn für $\vec{r}_0 = a\,\vec{e}_x$ und $\vec{v}_0 = \omega b\,\vec{e}_y$, wobei a und b beliebig gewählte Längen sind und $\omega := \sqrt{k/m}$. Zeigen Sie, dass diese Bahn der Hyperbel
$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$$
folgt. Skizze bitte!

e) Wenn $t \mapsto \vec{r}(t)$ die Bahn zu Anfangsort $\vec{r}_0$ und -geschwindigkeit $\vec{v}_0$ bei $t = 0$ ist, ist dann $t \mapsto \vec{r}(-t)$ die Bahn zu Anfangsort $\vec{r}_0$ und -geschwindigkeit $-\vec{v}_0$?

7 Bewegung in zwei Dimensionen (10)

Ein Körper der Masse m bewegt sich in der Ebene unter der ortsabhängigen Kraft

$$\vec{F}\begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} kx \\ 4ky \end{pmatrix},$$

wobei k eine positive Konstante ist. Bestimmen Sie die Bahn $\vec{r}(t)$ des Körpers für Anfangsbedingungen $\vec{r}(0) = a\,\vec{e}_x$ und $\dot{\vec{r}}(0) = 2b\omega\,\vec{e}_y$ (a und b sind wieder beliebig gewählte Längen und $\omega := \sqrt{k/m}$). Skizzieren Sie die Bahn.

8 Schwerpunkt (4+3+3)

Der Schwerpunkt eines Systems aus N Massepunkten ist gegeben durch

$$\vec{R} = \frac{1}{M}\sum_i^N m_i\vec{r}_i \quad \text{mit Gesamtmasse } M = \sum_i^N m_i$$

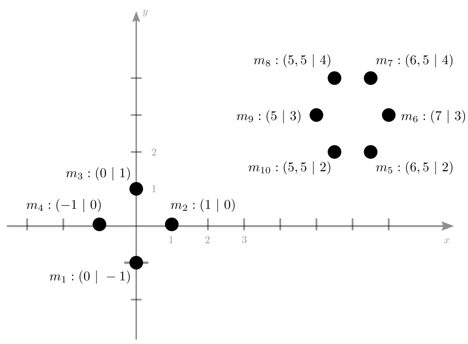
a) Zeigen Sie, dass der Schwerpunkt eines Systems aus zwei Massepunkten die Verbindungsstrecke der beiden Massenpunkte im umgekehrten Verhältnis ihrer Massen teilt.

b) $\vec{R}_I$ und $\vec{R}_{II}$ seien die Ortsvektoren der Schwerpunkte zweier Systeme I und II mit N_I Massenpunkten der Gesamtmasse M_I, und N_{II} Massenpunkten der Gesamtmasse M_{II}. Zeigen Sie, dass dann der Schwerpunkt des Verbundsystems $I + II$ durch

$$\vec{R} = \frac{M_I\vec{R}_I + M_{II}\vec{R}_{II}}{M_I + M_{II}}$$

gegeben ist.

c) 10 Massepunkte seien angeordnet wie in der Abbildung gezeigt.



Bestimmen Sie den Schwerpunkt des Systems für $m_1 = m_2 = ... = m_{10} = m$. Wie verschiebt sich der Schwerpunkt für $m_1 = ... = m_4 = m$ und $m_5 = ... = m_{10} = 2m$?