

## Theoretische Physik I

### 5. Übung

Wintersemester 18/19

**Abgabe der Aufgaben 16,17 und 18 bis Mittwoch, den 14.11.2018, 11:00 Uhr in den entsprechenden Briefkästen vorm Eingang des Instituts für Theoretische Physik.**

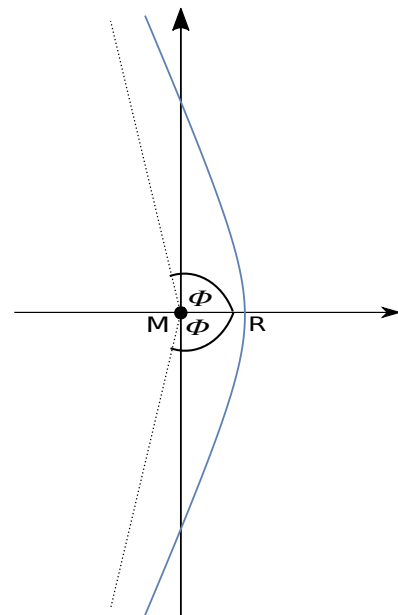
#### 16 Ablenkung von Lichtteilchen in der Newtonschen Physik (3+3+4)

In dieser Aufgabe behandeln wir die Ablenkung von Licht in der Newtonschen Physik. Das Ziel dieser Aufgabe ist es, ihnen zum Einen die Gelegenheit zu geben, die in der Vorlesung behandelten Beschreibungen von Bahnen in einem Zentralpotential anhand eines Beispiels besser zu verstehen. Zum Anderen ist das gewählte Beispiel auch historisch sehr wichtig, da es eine messbare Vorhersage über die Natur des Lichts macht.

Newton postulierte, dass Licht aus Massenpunkten besteht und damit den Newtonschen Gesetzen der Gravitation unterliegt. Henry Cavendish erkannte 1782, dass diese Annahme zur Folge hat, dass Licht in der Nähe von Massen abgelenkt wird. Im Folgenden wollen wir diese Ablenkung berechnen.

Betrachten Sie dazu folgendes Szenario in zwei Dimensionen.

Ein Lichtteilchen bewegt sich an einer Punktmasse  $M$ , die sich im Ursprung in Ruhe befindet, vorbei und wird durch dessen Gravitationspotential abgelenkt. Da die Masse des Licht sehr klein sein muss, befindet sich die Masse  $M$  näherungsweise in Ruhe. Aus der Vorlesung wissen Sie, dass die Bahn des Lichtteilchens dann wie folgt in Polarkoordinaten gegeben ist:



$$r(\varphi) = \frac{p}{1 + \epsilon \cos(\varphi)}, \quad \dot{\varphi} = \frac{l}{mr^2},$$

wobei  $\epsilon > 1$  gelte und  $l$  bzw.  $m$  den Betrag des Drehimpulses bzw. die Masse des Lichtteilchens beschreibt.

- a) Zeigen Sie zunächst, dass sich die Bahn des Lichtteilchens nur durch die Masse  $M$ , den minimalen Abstand  $R$  des Lichts zum Ursprung, der Exzentrizität  $\epsilon$  und  $G$  beschreiben lässt.

- b) Bestimmen Sie das Intervall  $(-\Phi, \Phi)$ , in dem der Winkel  $\varphi$  variiert, in Abhängigkeit von  $\varepsilon$ . Bestimmen Sie daraus den Winkel  $\delta$ , um den die Lichtbahn insgesamt abgelenkt wird als Funktion von  $\varepsilon$ .
- c) Bestimmen Sie schlussendlich  $\varepsilon$  anhand der Annahme, dass sich das Licht in sehr grosser Entfernung von der Masse mit Lichtgeschwindigkeit bewegt. Berechnen Sie den Ablenkungswinkel  $\delta$  für das Beispiel der Sonne mit  $M = 2 \cdot 10^{30} \text{kg}$  und  $R = 7 \cdot 10^8 \text{m}$ .

Die vorhergesagte Ablenkung des Lichts durch die Sonne wurde tatsächlich während einer Sonnenfinsternis im Jahr 1919 von A. Eddington beobachtet. Allerdings ist die gemessene Ablenkung doppelt so stark, wie von der Newtonschen Mechanik vorhergesagt. Erst die allgemeine Relativitätstheorie kann diese Ablenkung korrekt vorhersagen. In der modernen Astronomie wird die gravitative Ablenkung des Licht, im Allgemeinen bekannt als Gravitationslinseneffekt, dazu benutzt, die Masse von Galaxien und anderen sehr massereichen Objekten zu bestimmen.

## 17 Keplerproblem (10)

Angenommen, die Schwerkraft der Sonne (ortsfest in  $\mathcal{O}$ ) auf die Erde wäre proportional zur vierten Potenz des Abstandes, d.h.

$$\vec{F}(\vec{r}) = -\frac{\beta}{r^4} \hat{r}$$

Skizzieren Sie das effektive Potential und diskutieren Sie qualitativ die möglichen Bahnen der Erde. Sind die Bahnen eben? Gilt der Flächensatz? Ist eine Kreisbahn möglich? Wenn ja, wäre sie stabil gegen Störungen?

## 18 Der Einfluss der Gezeiten auf die Mondbahn (3+5+2)

Zu Zeiten von Tyrannosaurus Rex vor etwa 70 Mill. Jahren rotierte die Erde etwas schneller als heute. Demzufolge dauerte der Tag eines T-Rex nur etwa  $23\frac{1}{2}$  Stunden. Die schwache aber kontinuierliche Verringerung der Erdrotation wird durch den Mond mittels der von ihm erzeugten Gezeiten verursacht: das durch Reibungskräfte zwischen Flutbergen und Erdoberfläche erzeugte Drehmoment verringert den Drehimpuls der Erde und damit auch die Rotationsfrequenz der Erde. Die Abnahme des Erddrehimpulses wird aufgrund Drehimpulserhaltung im System Erde-Mond durch eine Zunahme des Mond Drehimpulses genau kompensiert. Im folgenden betrachten wir diese Zusammenhänge quantitativ.

- a) Wir nehmen vereinfachend an, dass der Mond eine kreisförmige Bahn um den als ruhend angenommenen Mittelpunkt der Erde beschreibt. Bestimmen Sie den Radius  $R_M$  dieser Mondbahn als Funktion seines Drehimpulses.
- b) Der Betrag  $L_E$  des Erddrehimpulses aufgrund einer Erdrotation mit Winkelfrequenz

$\omega$  ist näherungsweise durch

$$L_E = \frac{2}{5} M_E R_E^2 \omega$$

gegeben. Hierbei ist  $M_E$  die Erdmasse und  $R_E$  der Erdradius. Bestimmen Sie daraus und dem Ergebnis aus a) die prozentuale Zunahme des Mondbahnradius  $R_M$  während der letzten 70 Mill. Jahren (lineare Näherung reicht aus).

Hinweis: das Verhältnis von Erd- zu Mondmasse ist  $M_E/M_M \approx 81$ , das Verhältnis von aktuellem (mittleren) Abstand Erde-Mond zu Erdradius ist  $R_M/R_E \approx 60$ .

- c) Hat sich die Gesamtenergie des Mondes während dieses Zeitraums vergrößert oder verringert?