Theoretische Physik I (für Lehramt, Geophysik, Nebenfach)

behandelt Mechanik, spezielle Relativitätstheorie, Elektrodynamik

Mechanik:

1) Newtonsche Mechanik der Massenpunkte:
   Kinematik, Axiome, Erhaltungssätze,
   Bewegung im Zentralkraftfeld

2) Keplersche Gesetze und Newtons Gravitation:
   Zweikörperproblem

3) Hamiltonsche Prinzip der extremalen Wirkung,
   Lagrange-Gleichungen, Bewegung unter Zwangsbedingungen

4) Hamiltonsche Mechanik, Symmetrien und Erhaltungsgrößen (Satz von Noether)

Newtonsche Mechanik

Mechanik = $\left.\left.\begin{array}{l}\text{Lehre der Bewegung}\\ \text{makroskopischer Körper}\end{array}\right\}\text{Kinematik}\atop \text{aufgrund wirkender Kräfte}\right\}$ Dynamik

etwa von Hebel, Flaschenzug, Pendel, freier Fall, usw.
nach Newton aber auch für Himmelskörper: Mondbahn,
Planetenbahn, ..., Bewegung von Sternen, Staub in Galaxien (?)
..., Bewegung von Galaxien in Galaxien-Cluster (?)

Newtonsche Mechanik ist idealisierte Naturbeschreibung (wie jede Theorie); signifikante Abweichungen sichtbar z. B. bei

- sehr kleinen "Abmessungen" (Atom, Molekül)

  → Quantenmechanik

  (Planck'sches Wirkungsquantum $h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \mathrm{Js}$)

- sehr großen Geschwindigkeiten $v \approx$ Lichtgeschwindigkeit c

  → spezielle Relativitätstheorie

- sehr großen Distanzen und Gravitationsbeschleunigungen

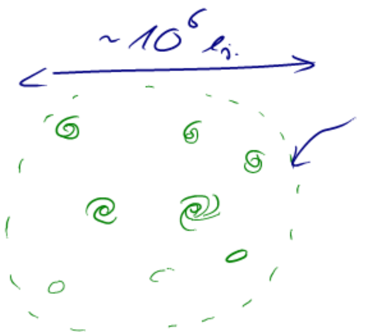
  L g

  Newton richtig solange $L \cdot g \ll c^2$

  → allgemeine Relativitätstheorie

- Dynamik von Galaxien:

Coma-Cluster:

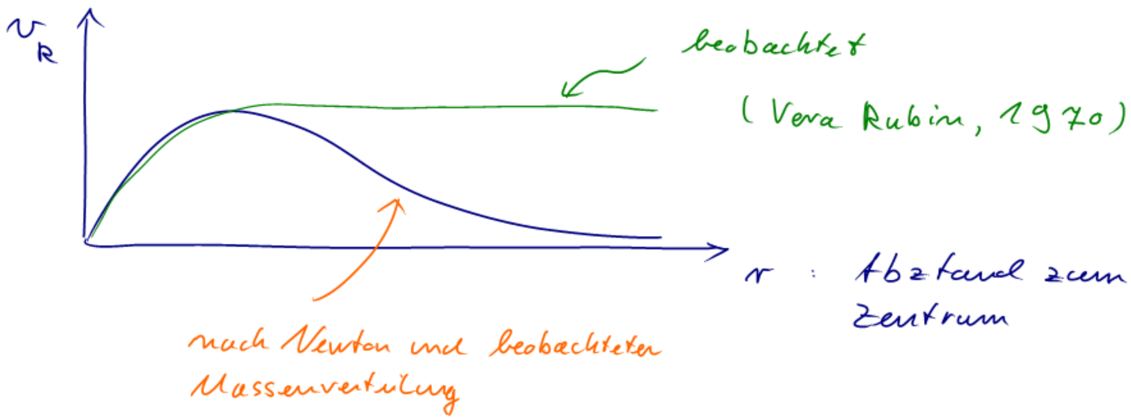


10^3 Galaxien, gravitativ gebunden

beobachtete Geschwindigkeiten wesentlich größer als nach Newton aus „sichtbarer" Materie bestimmt!

(Fritz Zwicky 1933)

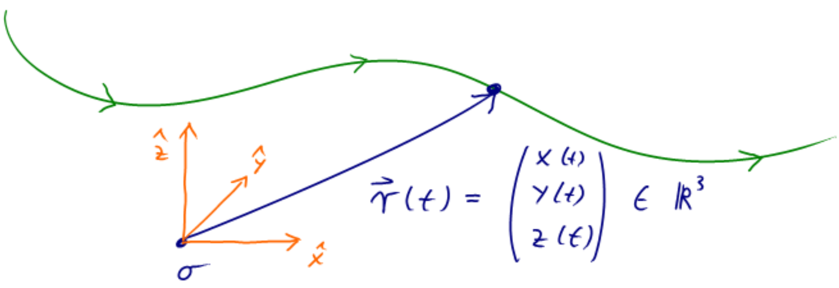
- Radialgeschwindigkeiten von Sternen in Galaxie:



$\longrightarrow$ "dunkle" Materie !?

$\longrightarrow$ Modifikation der Newtonschen Dynamik?

Kinematik des Massenpunkts



$$\vec{r}(t) = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \\ z(t) \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^3$$

$$\left.\begin{array}{ll} \hat{\sigma} : & \text{Bezugspkt. (Ursprung)} \\ \hat{x}, \hat{y}, \hat{z} : & \text{rechtshändiges Orthonormalsystem} \end{array}\right\} \text{kartesisches Koordinatensystem}$$

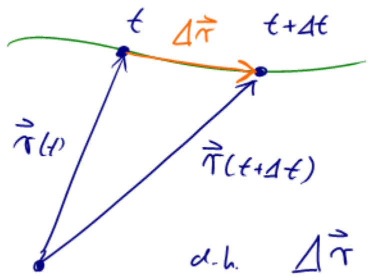
$\vec{r}(t)$: Ortsvektor

($x(t), y(t), z(t)$: kartesische Koordinaten)

Abbildung: $t \longmapsto \vec{r}(t)$ ist die Bahn des Massenpkts

momentane Geschwindigkeit des MPs zur Zeit t:

$$\vec{v}(t) = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$



$$\left(\equiv \frac{\text{Ortsänderung}}{\text{Zeit}} \right)$$

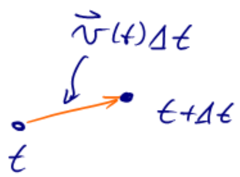
d.h. $\Delta \vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)$

mathematische Idealisierung (Newton!):

$$\boxed{\vec{v}(t) = \frac{d\vec{r}(t)}{dt} := \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t)}{\Delta t}}$$

Notation: $\frac{d}{dt}(\ldots) \equiv (\dot{\ldots})$, d.h. etwa $\vec{v}(t) = \dot{\vec{r}}(t)$

$$\longrightarrow \quad \vec{r}(t+\Delta t) = \vec{r}(t) + \vec{v}(t)\Delta t \quad \left(+ \mathcal{O}(\Delta t^2) \right)$$



momentane Beschleunigung:

$$\vec{a}(t) = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \equiv \frac{\text{Geschwindigkeitsänderung}}{\text{Zeit}}$$

d.h. $$\boxed{\vec{a}(t) = \frac{d}{dt}\vec{v}(t) = \frac{d^2}{dt^2}\vec{r}(t)}$$

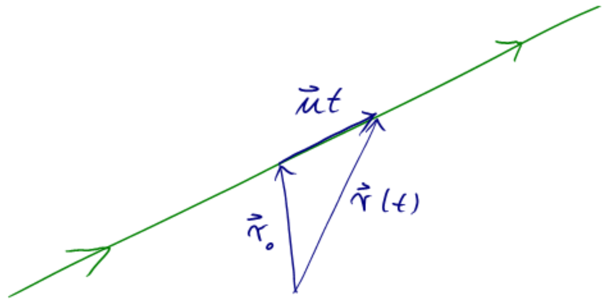
in kart. Koordinaten: $$\vec{a} = \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ \dot{v}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{pmatrix}$$

Beispiele

1) geradlinig gleichförmige Bewegung:

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{u}\,t \quad \longrightarrow \quad \vec{v}(t) = \vec{u}$$

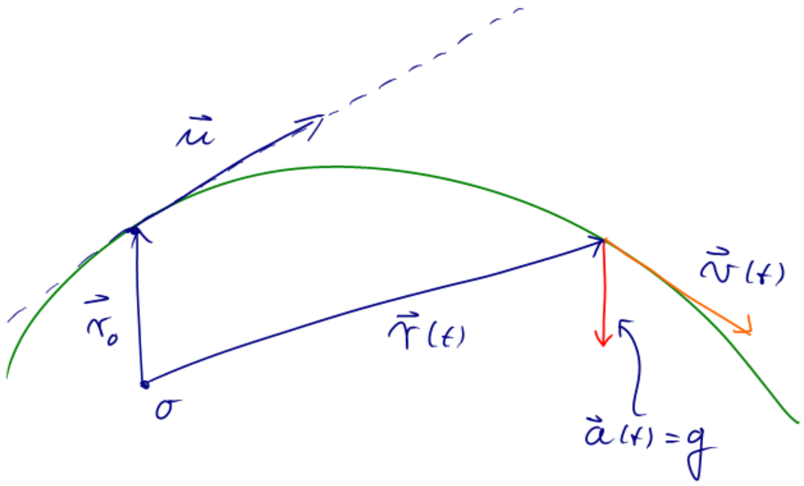
$$\vec{a}(t) = 0$$



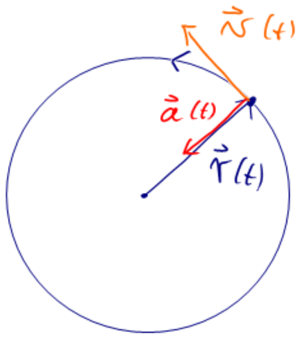
2) konstant beschleunigte Bewegung (z.B. Wurf):

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_0 + \vec{u}t + \frac{1}{2}\vec{g}\,t^2 \quad \longrightarrow \quad \vec{v}(t) = \vec{u} + \vec{g}\,t$$

$$\vec{a}(t) = \vec{g}$$



3) gleichförmige Kreisbewegung mit Radius R um σ, Winkelgeschwindigkeit ω, in x-y-Ebene:

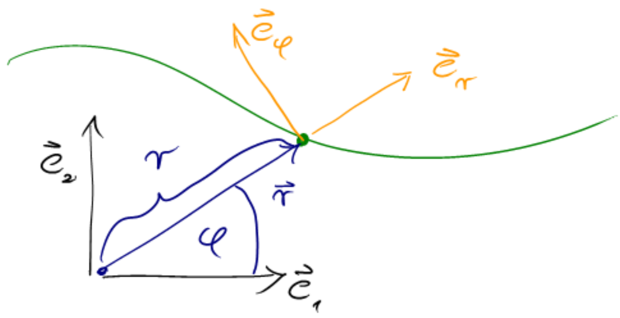


$$\vec{r}(t) = R\begin{pmatrix}\cos\omega t\\ \sin\omega t\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\longrightarrow \quad \vec{v}(t) = \omega R\begin{pmatrix}-\sin\omega t\\ \cos\omega t\\ 0\end{pmatrix}$$

$$\vec{a}(t) = \omega R^2\begin{pmatrix}-\cos\omega t\\ -\sin\omega t\\ 0\end{pmatrix} = -\omega^2\,\vec{r}(t)$$

4) Geschwindigkeit und Beschleunigung einer ebenen Bahn in Polarkoordinaten:



$$\vec{e}_r = \begin{pmatrix} \cos\varphi \\ \sin\varphi \end{pmatrix}$$

$$\vec{e}_\varphi = \begin{pmatrix} -\sin\varphi \\ \cos\varphi \end{pmatrix}$$

$$\vec{r} = r\,\vec{e}_r$$

Bahn in Polarkoordinaten $\equiv$ Abb. $t \longmapsto (r(t), \varphi(t))$

$$\rightarrow \quad \vec{r}(t) = r(t)\,\vec{e}_r(t) = r(t)\begin{pmatrix} \cos\varphi(t) \\ \sin\varphi(t) \end{pmatrix}$$

$$\rightarrow \quad \boxed{\begin{aligned} \vec{v} &= \dot{r}\,\vec{e}_r + r\dot{\varphi}\,\vec{e}_\varphi \\ \vec{a} &= (\ddot{r} - r\dot{\varphi}^2)\,\vec{e}_r + (r\ddot{\varphi} + 2\dot{r}\dot{\varphi})\,\vec{e}_\varphi \end{aligned}}$$

(vgl. Übung)