Maxwellsche Elektrodynamik

ermöglicht einheitliche Beschreibung elektro-magnetischer Phänomene

Postulate

(I) es gibt elektrische Ladungen positiver und negativer Polarität

(II) elektro-magnetische Kräfte werden durch elektrisches Feld $\vec{E}(\vec{r},t)$ und Magnetfeld $\vec{B}(\vec{r},t)$ vermittelt. Auf Punktladung q am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t der Geschwindigkeit $\vec{v}$ wirkt (verallgemeinerte) Lorentzkraft

$$\boxed{\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)}$$

(III) elektro-mag. Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ genügen Maxwellschen Gleichungen

$$\begin{array}{ll} \operatorname{div} \vec{E} = \rho/\varepsilon_0 & \text{(Gauß)} \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0 & \text{(Gauß)} \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial B}{\partial t} & \text{(Faraday)} \\ \operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \vec{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} & \text{(Ampère-Maxwell)} \end{array}$$

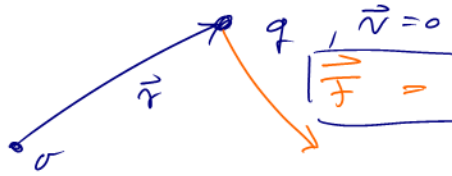
$\varepsilon_0 = 8{,}85 \cdot 10^{-12} \frac{As}{Vm}$: elekt. Dielektrizität des Vakuums

$\mu_0 = 1{,}26 \cdot 10^{-6} \frac{Vs}{Am}$: mag. Permeabilität des Vakuums

Anmerkungen

(1) Meßvorschrift für $\vec{E}(\vec{r},t)$ und $\vec{B}(\vec{r},t)$ durch Lorentzkraft:

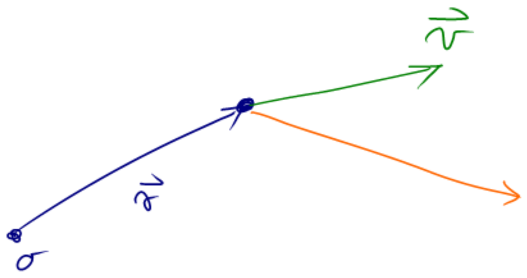
(i) Bestimmung von $\vec{E}(\vec{r},t)$ durch Messung der Kraft auf ruhende Ptkladung am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t



$$\boxed{\vec{F} = q\vec{E}}$$

$$\longrightarrow \quad \vec{E}(\vec{r},t) = \vec{F}/q$$

(ii) Bestimmung von $\vec{B}(\vec{r},t)$ durch Messung der Kraft auf bewegte Ptkldg q am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t:



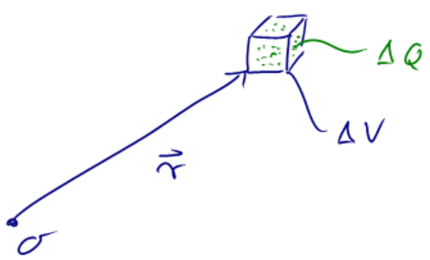
$$\boxed{\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v}\times\vec{B})}$$

$$\vec{v}\times\vec{B}(\vec{r},t) = \vec{F}/q - \vec{E}(\vec{r},t)$$

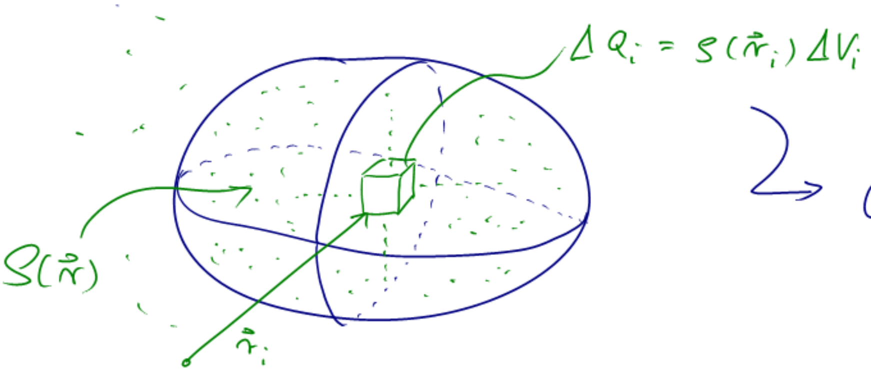
nach (i) bestimmt

2) Ladungsdichte (am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t):

$$\rho(\vec{r},t) = \frac{\Delta Q}{\Delta V} \quad (\text{im Grenzfall } \Delta V \to 0)$$



$\longrightarrow$ Ladung Q_V im Volumengebiet V bei geg. Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$:



$$Q_V = \sum_i \Delta Q_i = \underbrace{\sum_i \rho(\vec{r}_i)\,\Delta V_i}$$

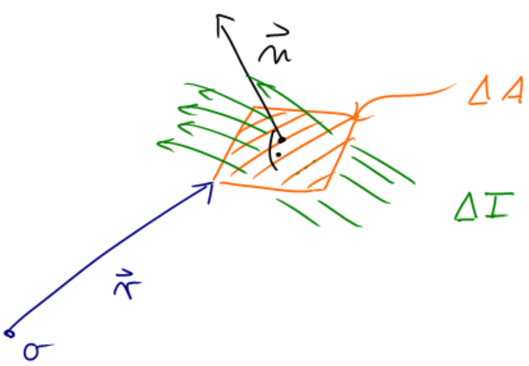
Def! $\Delta V_i \to 0$

$$\int_V \rho(\vec{r})\,d^3\vec{r}$$

$$\boxed{Q_V = \int_V \rho(\vec{r})\,d^3\vec{r}}$$

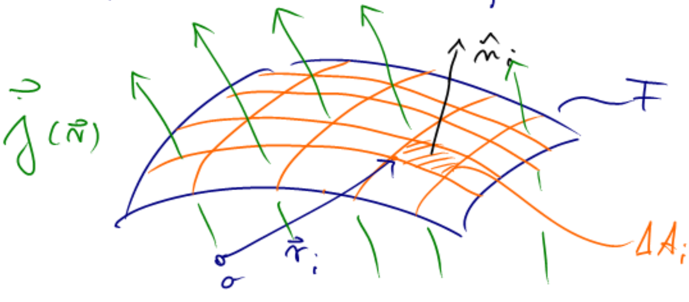
3) <u>Stromdichte</u> $\vec{j}(\vec{r},t)$ am Ort $\vec{r}$ zur Zeit t bestimmt durch

$$\langle \hat{n}, \vec{j}(\vec{r},t)\rangle = \frac{\Delta I}{\Delta A}$$



$$\Delta I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$\longrightarrow$ Strom I_F durch Flächenstück F :



$$\Delta I_i = \langle \vec{j}(\vec{r}_i), \hat{n}_i\rangle\,\Delta A_i$$

$$\longrightarrow \quad I_F = \sum_i \Delta I_i = \underbrace{\sum_i \langle \vec{j}(\vec{r}_i), \hat{n}_i \rangle \Delta A_i}$$

<u>Def!</u> $\Delta A_i \to 0$

$$\int_F \vec{j}\, d\vec{f}$$

d.h.

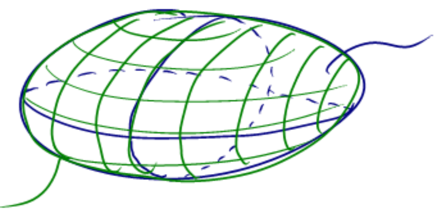
$$\boxed{I_F = \int_F \vec{j}\, d\vec{f}}$$

sehr hilfreich sind

<u>Integralsätze von Gauß und Stokes</u>

<u>Konvention</u>:

- V <u>Volumengebiet</u> $\longrightarrow$ $\partial V \equiv$ Ober<u>fläche</u> von V

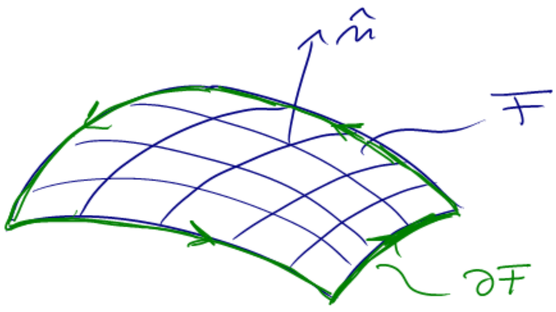


[zB $\quad \partial B_R = S_R$

<u>Kugel</u> von Radius R, Mittelpkt 0

<u>Sphäre</u> von Radius R, Mittelpkt 0]

- F <u>Flächen</u>stück $\longrightarrow$ $\partial F \equiv$ Rand<u>linie</u> von F



Satz von Gauß

- A Vektorfeld
- V Volumengebiet

$$\boxed{\int_{\partial V} \vec{A}\, d\vec{f} \overset{!}{=} \int_{V} \operatorname{div} \vec{A}\, d^3\vec{r}}$$

„Fluss von $\vec{A}$ durch ∂V"

Satz von Stokes

- F Flächenstück
- $\vec{A}$ Vektorfeld

$$\boxed{\int_{\partial F} \vec{A}\, d\vec{l} \overset{!}{=} \int_{F} \operatorname{rot} \vec{A}\, d\vec{f}}$$

Linienintegral von $\vec{A}$
längs ∂F

(Beispiele in Übungsaufgabe 35)