
2. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2007/2008

Internetseite: <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs07.html/>

1. Rechnen in Komponenten

Bezüglich einer Basis B seien Vektoren \underline{a} und \underline{b} gegeben durch

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 2 \end{pmatrix}_B, \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix}_B$$

- Berechnen Sie $\underline{a} + 3\underline{b}$, $3(\underline{a} + \underline{b})$ und $2\underline{a} - \underline{b}$ in Komponentendarstellung bezüglich B .
- Die Vektoren der Basis B seien \underline{e}_1 , \underline{e}_2 und \underline{e}_3 . Wie lauten \underline{a} und \underline{b} in Linearkombinationen der Basisvektoren?
- Wie lautet $\underline{c} = -3\underline{e}_3 + 7\underline{e}_2$ in Komponentendarstellung bzgl. B ?

2. Skalarprodukte

- Sei B eine Orthonormalbasis eines dreidimensionalen euklidischen Vektorraums. Berechnen Sie alle Skalarprodukte zwischen den Vektoren

$$\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \end{pmatrix}_B, \quad \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B \quad \text{und} \quad \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}_B$$

- Berechnen Sie die Länge der Vektoren aus Teil a) und die Winkel zwischen ihnen.
- Zwei Vektoren der Länge 2 schließen den Winkel 60° ein. Was ist ihr Skalarprodukt?

3. Skalarprodukt und Geometrie

- Zeigen Sie

$$\langle \underline{a} + \underline{b}, \underline{a} - \underline{b} \rangle = |\underline{a}|^2 - |\underline{b}|^2.$$

Welche geometrische Bedeutung hat diese Beziehung im Falle von $|\underline{a}| = |\underline{b}|$?

- Zeigen Sie für orthogonale Vektoren \underline{a} und \underline{b}

$$|\underline{a} - \underline{b}|^2 = |\underline{a}|^2 + |\underline{b}|^2.$$

Welche geometrische Bedeutung hat diese Beziehung?