

4. Übung zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2011

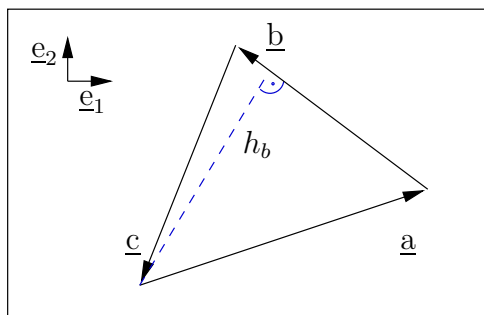
Internetseite: <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs2011.html>
<http://www.thp.uni-koeln.de/lehre.html> → Übungen

Gruppeneinteilung:

Gruppe :	1	2	3	4	5	6
Raum :	SR I. Ph.	SR Th.	SR II. Ph.	SR I. Ph.	SR Th.	SR II. Ph.
Zeit:	12:15-13:45	12:15-13:45	12:15-13:45	14:00-15:30	14:00-15:30	14:00-15:30

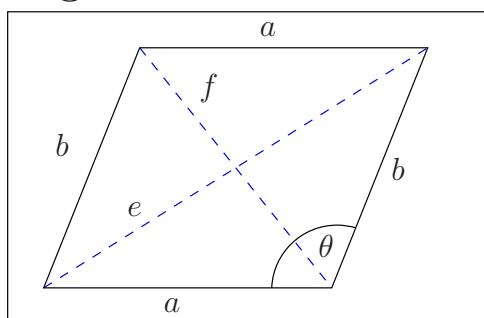
13. Dreieck

Ein Dreieck sei durch zwei seiner Seitenvektoren $\underline{a} = \begin{pmatrix} 7 \\ 1 \end{pmatrix}_B$ und $\underline{b} = \begin{pmatrix} -6 \\ 9/2 \end{pmatrix}_B$ gegeben, B ist die Orthonormalbasis $\{\underline{e}_1, \underline{e}_2\}$.



- a) Wie lang sind die drei Seiten?
- b) Wie groß sind die drei Winkel?
- c) Wie lang ist die Höhe h_b ?

14. Parallelogramm



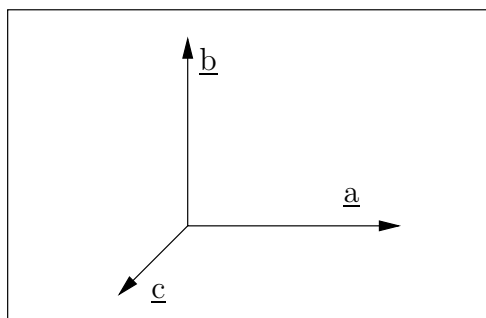
- a) Zeigen Sie durch Vektorrechnung, dass in jedem Parallelogramm für die Seitenlängen a und b und die Diagonallängen e und f folgende Gleichung erfüllt ist:

$$e^2 + f^2 = 2(a^2 + b^2)$$

- b) In einem speziellen Parallelogramm sei $a = 2$, $b = 1$. Der Winkel zwischen den Seiten a und b sei $\theta = 120^\circ$. Bestimmen Sie e und f .

15. Vektorprodukt

- a) Gegeben seien drei Vektoren wie in der Zeichnung unten; \underline{a} und \underline{b} liegen in der Zeichenebene, \underline{c} zeigt aus ihr heraus. Alle Winkel sind rechte, die Längen der drei Vektoren sind 1. Ermitteln Sie das Ergebnis der folgenden Vektorausdrücke:



- (i) $\underline{a} \times \underline{b}$, (ii) $\underline{b} \times \underline{a}$, (iii) $\underline{c} \times \underline{a}$,
(iv) $\underline{c} \times \underline{c}$, (v) $\underline{c} \times (\underline{b} + \underline{a})$, (vi) $(\underline{a} - \underline{b}) \times (\underline{c} + \underline{a})$,

- b) Gegeben seien

$$\underline{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}_B \quad \text{und} \quad \underline{b} = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}_B$$

bezüglich einer rechtshändigen Orthonormalbasis B . Bestimmen Sie $\underline{a} \times \underline{b}$, $\underline{b} \times \underline{a}$ und $\langle \underline{a}, \underline{a} \times \underline{b} \rangle$. Wie groß ist die Fläche eines von \underline{a} und \underline{b} aufgespannten Parallelogramms?

- c) Zwei Vektoren der Längen 2 und 3 schließen den Winkel 30° ein. Wie lang ist ihr Vektorprodukt?

16. Lösungsmenge

Wir betrachten die Menge der Lösungen (x, y, z) des homogenen Gleichungssystems

$$\begin{aligned} x + y &= 0 \\ z + 2x &= 0 \end{aligned}$$

- a) Zeigen Sie, dass die Lösungsmenge einen Vektorraum bildet. (Was ist das Nullelement? Wie sind Addition und skalare Multiplikation definiert? Sind Summen und Vielfache von Lösungen wieder Lösungen?)
- b) Was ist die Dimension dieses Vektorraums?