

## 5. Übung zum Vorkurs Physik

*Wintersemester 2015/16*

**Internetseite:** <http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs2015.html/>

### 23. Parallel- und Orthogonalkomponente

- a) Wie lassen sich Parallel- und Orthogonalkomponente eines Vektors  $\underline{b}$  bzgl. eines anderen Vektors  $\underline{a}$  mittels Skalar- und Vektorprodukt darstellen? ( $\underline{a}$  und  $\underline{b}$  sind dreidimensionale euklidische Vektoren.)
- b) Zeigen Sie:

$$|\underline{a} \times \underline{b}|^2 + \langle \underline{a}, \underline{b} \rangle^2 = |\underline{a}|^2 |\underline{b}|^2.$$

### 24. Abstände

Im  $E_3$  verlaufe eine Gerade  $G$  durch den Punkt  $P = O + \underline{r}_G$  parallel zu  $\underline{a}$ . Eine Ebene  $E$  des  $E_3$  enthalte den Punkt  $Q = O + \underline{r}_E$  und sei normal zu  $\underline{n}$ . Zeigen Sie, dass der Abstand eines Punkts  $R = O + \underline{r}$  zu  $G$  bzw.  $E$  durch

$$|(\underline{r} - \underline{r}_G) \times \hat{\underline{a}}| \quad \text{bzw.} \quad |\langle \underline{r} - \underline{r}_E, \hat{\underline{n}} \rangle|$$

bestimmt ist.

### 25. Punktmengen

- a) Welche geometrischen Objekte werden durch folgende Punktmengen des  $E_3$  beschrieben?

$$S = \{O + \underline{a} : |\underline{a}| = 1\}$$

$$B = \{O + \underline{r}_0 + \underline{a} : |\underline{a}| \leq 1\}$$

$$M = \{O + m\underline{e}_1 + \underline{a} : m \in \mathbb{Z} \text{ und } |\underline{a}| \leq \frac{1}{2}\}$$

$$Z = \{O + \underline{r}_0 + \underline{a} : |\underline{a} \times \hat{\underline{n}}| \leq 1\}$$

$$D = \{O + \mu(\underline{u} + \lambda(\underline{v} - \underline{u})) : \lambda, \mu \in [0, 1]\}$$

(Die Vektoren  $\underline{r}_0$ ,  $\underline{e}_1$ ,  $\underline{n}$ ,  $\underline{u}$ ,  $\underline{v}$  sind konstant. Der Vektor  $\underline{a} \in V_3$  ist variabel, unterliegt aber der jeweils angegebenen Bedingung.)

- b) Beschreiben Sie nun folgende geometrischen Objekte (im  $E_3$ ) durch geeignete Punktmengen:

- Würfel mit Kantenlänge  $a$  und Mittelpunkt in  $O$ .
- Spat mit Kantenvektoren  $\underline{a}, \underline{b}, \underline{c}$  und Mittelpunkt in  $O$ .
- Tetraeder aufgespannt durch  $\underline{u}, \underline{v}, \underline{w}$