Vorkurs Physik - Übungsblatt 3

Dozenten: Prof. Dr. Paul van Loosdrecht, Priv.-Doz. Dr. Rochus Klesse
`http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs2019.html/`
Wintersemester 2019/2020 Besprechung: 11. September 2019

1. Gleichungen umformen

Lösen sie die folgenden Gleichungen nach x auf:

$$a)\ e^{2x} = 3 \qquad b)\ \ln(3x) = 2 \qquad c)\ 3e^{3x} = 1 \qquad d)\ \ln(e^{2x}) + 3\ln(e^{5x}) = 2$$
$$e)\ e^{\ln(2x)} = 3 \qquad f)\ \ln(x^{-\frac{1}{3}}) = e \qquad g)\ 2^x = 3 \qquad h)\ \ln(2x) + 3\ln(5x) = 2$$

2. Zins und Zinseszins

Ein Guthaben mit Starkapital K_0 werde jährlich mit $z = 5\%$ verzinst. Bestimmen sie zunächst das Kapital $K(n)$ als Funktion der Verzinsungsjahre, sowohl mit als auch ohne Zinseszins. Berechnen sie für beide Fälle die Zeit $\tilde{n}$ nach der sich das Startguthaben verdoppelt hat. Welche Anlage ist für welche Werte von n ertragreicher?

3. Exponentieller Zerfall

Ein exponentieller Zerfall lässt sich beschreiben durch $n(t) = n_0 \cdot e^{-\frac{t}{\gamma}}$ mit Startwert n_0 und Zerfallsrate γ. Zeigen sie zunächst, dass $n(t) = n_0 \cdot 2^{-\frac{t}{\tau}}$, wobei τ die Halbwertszeit ist. Betrachten wir nun zwei radioaktive Isotope eines Elements mit Halbwertszeiten τ_1 und τ_2. Bestimmen sie das Lebensalter der Erde als Funktion von $\frac{r_0}{r}$ wobei r das momentane, und r_0 das Mengenverhältnis zum Zeitpunkt der Erdenstehung angibt (Beispiel: $\tau_1 = 7.4 \cdot 10^8 a$, $\tau_2 = 4.50 \cdot 10^9 a$ für die Isotope ^{235}U und ^{238}U mit $r_0 = 1.65$ und $r = 0.00723$).

4. Verschiebungen von Trigonometrischen Funktionen

Geben sie die folgenden Terme in der Form $a\sin(x) + b\cos(x)$ an.

$$a)\ \cos\left(x + \frac{\pi}{2}\right) \qquad b)\ \cos(x - \pi) \qquad c)\ \sin\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \qquad d)\ \sin(x + \pi)$$

5. Uhrzeiger

Eine Wanduhr habe einen Stundenzeiger der Länge R_h und einen Minutenzeiger der Länge R_m. Mit welcher Frequenz rotieren die beiden Zeiger? Betrachten sie ein kartesisches Koordinatensystem, in dem beide Zeiger im Ursprung befestigt sind. Geben sie die Position $\vec{r}(t)$ der Zeigerspitzen als Funktion der Zeit an.

6. Geschickte Darstellung

Eine physikalische Grösse f werde in Abhängigkeit einer Grösse x gemessen. Um die Messdaten auszuwerten soll die funktionale Abhängigkeit $f(x)$ bestimmt werden. Dazu ist es üblich die Daten so aufzutragen, dass (unter der Annahme einer bestimmenten Form von f) der Graph linear ist. Bestimmen sie eine geschickte Darstellung für die folgenden Hypothesen:

$$a)\ f(x) = f_0 \cdot e^{-\frac{x}{\gamma}} \qquad b)\ f(x) = f_0 \cdot e^{-\frac{\gamma}{x}} \qquad c)\ f(x) = f_0 \cdot x^{\gamma} \qquad d)\ f(x) = ax + bx^2$$

Beispiel: Wenn $f(x) = f_0 \cdot x^2$, trage f gegen x^2 auf. f_0 ergibt sich dann als Steigung der Geraden.