
Vorkurs Physik - Übungsblatt 4

Dozenten: Prof. Dr. Paul van Loosdrecht, Priv.-Doz. Dr. Rochus Klesse

<http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs2019.html/>

Wintersemester 2019/2020

Besprechung: 12. September 2019

1. Heizleistung

An einem Heizwiderstand R liegt eine Wechselspannung $U(t) = U_0 \cos(2\pi ft)$ mit Frequenz f an. Zeigen sie, dass die Heizleistung $P(t) = \frac{U(t)^2}{R}$ doppelt so schnell oszilliert wie die Spannung $U(t)$ und erklären sie das Ergebnis. Skizzieren sie $U(t)$ und $P(t)$.

2. Additionstheorem

Gegeben seien die beiden Vektoren $\vec{a}(\alpha) = (\cos \alpha, \sin \alpha, 0)^T$ und $\vec{b}(\beta) = (\cos \beta, \sin \beta, 0)^T$. Zeigen sie, dass die beiden Vektoren Einheitsvektoren sind. Benutzen sie nun die ihnen bekannten Vektormultiplikationen um die folgenden Additionstheoreme zu beweisen:

$$\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta$$

$$\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta$$

Schränken sie dazu den Definitionsbereich von $\alpha - \beta$ sinnvoll ein.

3. Sekanten und Tangentensteigung

Gegeben ist die Funktion $f(x) = x^3 - 3x$. Berechnen sie die Sekantensteigung zwischen $x_1 = 1$ und $x_2 = 1.5$ und vergleichen sie mit der Tangente an den jeweiligen Stellen.

4. Hyperbolische Funktionen und Quotientenregel

1. Leiten sie die Quotientenregel, also eine Vorschrift für die Ableitung von $\frac{f(x)}{g(x)}$ her.
2. Die hyperbolischen Funktionen sind definiert als

$$\sinh x = \frac{e^x - e^{-x}}{2} \quad \cosh x = \frac{e^x + e^{-x}}{2} \quad \tanh x = \frac{\sinh x}{\cosh x}$$

Skizzieren sie die Funktionen.

3. Welche der Funktionen sind gerade, welche ungerade?
4. Zeigen sie: $\cosh^2 x - \sinh^2 x = 1$
5. Berechnen sie jeweils die erste und zweite Ableitung für $\sinh x$ und $\cosh x$.
6. Benutzen sie die vorigen Ergebnisse und berechnen sie die Ableitung von $\tanh x$.

5. Ableitungen

Leiten sie die folgenden Funktionsterme ab

$$a) f(x) = \frac{x^3 - x}{6x^2} \quad b) f(x) = \ln(\sqrt{x^2 + 1}) \quad c) f(x) = xe^x \cdot \sin x \quad d) f(x) = \log_{10} x$$