
Vorkurs Physik - Übungsblatt 5

Dozenten: Prof. Dr. Paul van Loosdrecht, Priv.-Doz. Dr. Rochus Klesse

<http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs2019.html/>

Wintersemester 2019/2020

Besprechung: 13. September 2019

1. Ableitung der Umkehrfunktion

Benutzen sie die Regel zum Ableiten der Umkehrfunktion und bestimmen sie die Ableitungen von

$$f(x) = x^{1/a} \quad g(x) = \ln(x) \quad h(x) = \arctan(x) \quad i(x) = \arcsin(x) \quad .$$

Hinweis: Für $h(x)$ zeigen sie zunächst, dass $\frac{d}{dx} \tan(x) = 1 + \tan^2(x)$. Bei $i(x)$ hilft ihnen eine trigonometrische Identität auf dem Einheitskreis weiter.

2. Extremwerte

Bestimmen sie Nullstellen und Extremwerte der Funktion $f(x) = 2x^4 - 8x^2$.

3. Exponentialreihe

Die Taylorreihe der natürlichen Exponentialfunktion lautet $e^x = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$. Berechnen sie mit dem Taschenrechner oder dem PC die Zahlen e^1 bzw. $e^{0.1}$ auf 8 Stellen genau. Bis zu welcher Ordnung muss jeweils entwickelt werden?

4. Taylor-Entwicklung

Nähern sie die Funktionen

$$a) f(x) = \ln(x+1) \quad b) f(x) = \tan(x) \quad c) f(x) = \left(\frac{\sin x}{x}\right)^2$$

jeweils durch ein Taylor-Polynom 4.-ter Ordnung um $x_0 = 0$.

Hinweis zu c): Verwenden sie die Taylorreihe von $\sin x$.

5. Quadratische Näherung

Berechnen sie $\sqrt{17}$ zunächst exakt und vergleichen sie dann mit dem Wert den sie durch Entwickeln der Funktion $f(x) = \sqrt{x}$ um die Stelle $x_0 = 16$ erhalten.

6. L'Hôpital

Berechnen sie den Grenzwert

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}.$$