Institut für Theoretische Physik
der Universität zu Köln

R. Klesse

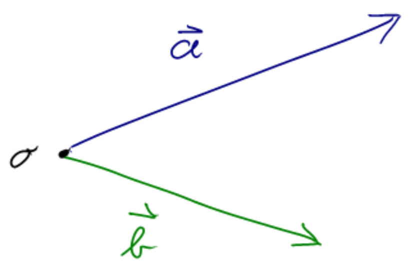
Vorkurs Physik WS2019/20 – Blatt 9

Webpage: *http://www.thp.uni-koeln.de/~rk/vorkurs2019.html/*

Besprechung: 23. September 2019

7. Punktmengen

Gegeben sei ein Punkt O und zwei Translationen $\vec{a}$, $\vec{b}$ wie folgt:



Skizzieren Sie folgende Punktmengen:

$$M_1 = \{O + m\vec{a} + n\vec{b} \,|\, m,n \in \mathbb{Z}\}, \qquad M_2 = \{O + (m + \tfrac{1}{2})\vec{a} + (n + \tfrac{1}{2})\vec{b} \,|\, m,n \in \mathbb{Z}\},$$
$$M_3 = \{O + \vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a}) \,|\, \lambda \in [0,1]\}, \quad M_4 = \{O + \mu(\vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a})) \,|\, \lambda, \mu \in [0,1]\},$$
$$M_5 = \{O + m\vec{a} + n\vec{b} + \mu(\vec{a} + \lambda(\vec{b} - \vec{a})) \,|\, m,n \in \mathbb{Z},\ \lambda, \mu \in [0,1]\},$$

8. Lineare Unabhängigkeit und Vollständigkeit

a) Rekapitulieren Sie die Definitionen und Bedeutungen der folgenden, aus der Vorlesung bekannten Begriffe:

1. Linearkombination
2. Lineare Unabhängigkeit
3. Vollständigkeit
4. Basis

b) Welche der folgende Systeme von Vektoren des $\mathbb{R}^3$ sind linear unabhängig, welche sind vollständig und welche bilden eine Basis des $\mathbb{R}^3$?

$$\text{(i)}\quad \vec{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{a}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}; \qquad \text{(ii)}\quad \vec{b}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{b}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{b}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 2 \\ 1 \end{pmatrix};$$

$$\text{(iii)}\quad \vec{c}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{c}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{c}_4 = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix};$$

$$\text{(iv)}\quad \vec{d}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}, \vec{d}_2 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \vec{d}_3 = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}.$$

9. Vektorraum mit Skalarprodukt

a) Was ist ein Skalarprodukt und wozu ist es gut?

b) Zeigen Sie:

1. Wenn $\vec{a} \perp \vec{c}$ und $\vec{b} \perp \vec{c}$, dann gilt auch $(\vec{a} + \vec{b}) \perp \vec{c}$ und $\lambda\vec{a} \perp \vec{c}$.
2. $|\lambda\vec{a}| = |\lambda||\vec{a}|$
3. $|\vec{a}| = 1$.

10. Geometrie

Beweisen Sie mittels Vektorrechnung:

1. die Diagonalen einer Raute sind zueinander orthogonal,
2. den Satz des Pythagoras,
3. den Satz von Thales: *Alle Winkel am Halbkreisbogen sind rechte Winkel.*