Universität zu Köln
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Claus Kiefer
Carsten Weber

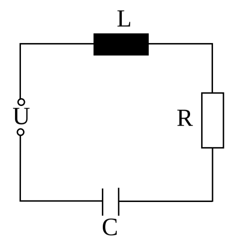
15.06.2004

8. Übungsblatt zur Theoretischen Physik II: Elektrodynamik
Strahlungsfeld,Stabantenne

Abgabe: 23.06.2004

Aufgabe 1 (3 Punkte): *Schwingkreis*

Betrachten Sie folgenden Schwingkreis mit Induktivität L, Widerstand R und Kapazität C, angetrieben durch eine Wechselspannung $U = U_0 e^{i\omega t}$.



Berechnen Sie den Strom $I(t)$ sowie den Spannungsabfall in der Spule und im Kondensator (vernachlässigen Sie Einschwingvorgänge). Bestimmen Sie die Impedanz $|Z|$ sowie den Phasenfaktor φ des komplexen Widerstands $Z := U/I = |Z|e^{i\varphi}$. Für die Größen gelte: $C = 7\text{pF}$, $L = 2\text{mH}$, $R = 2\text{k}\Omega$, $U_0 = 220\sqrt{2}\text{V}$ und $\omega = 7\text{MHz}$.

Aufgabe 2 (6 Punkte): *Strahlungsfeld*

1. In der Vorlesung wurde die Näherung der retardierten Potentiale im Strahlungsfeld in der Dipolnäherung hergeleitet. Berechnen Sie aus diesen Potentialen die korrespondierenden Felder $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ und $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$ bis auf Terme $\mathcal{O}(1/r^2)$ (vgl. Resultate aus der Vorlesung). (3 Punkte)

2. Berechnen Sie die Energiedichte e des electromagnetischen Feldes, und zeigen Sie, daß e integriert über die Oberfläche einer Kugelschale konstant ist. Was ist die physikalische Bedeutung? (3 Punkte)

Aufgabe 3 (11 Punkte): *Stabantenne in Dipolnäherung*

In einer dünnen, linearen Stabantenne auf der z-Achse zwischen $-d/2$ und $d/2$ fließt ein Wechselstrom

$$\mathbf{j}(\mathbf{x}, t) = I_0 cos(\pi z/d) cos(\omega t)\delta(x)\delta(y)\theta(d/2 - |z|)\mathbf{e}_z,$$

wobei $\omega = \pi c/d$.

1. Bestimmen Sie das Strahlungsfeld-Verhalten der Antenne ohne Dipolnäherung. Nähern Sie dazu, wie üblich im Fernfeld, $|\mathbf{x} - \mathbf{x}'| \approx r - (\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}')/r$, und berechnen Sie die Funktion $\dot{\tilde{\mathbf{p}}}(t) = \int d^3x' e^{-ik\hat{\mathbf{n}}\cdot\mathbf{x}'} \mathbf{j}(\mathbf{x}', t)$ (analog $\dot{\mathbf{p}}(t)$ in der Dipolnäherung). Bestimmen Sie daraus das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$ und die Felder $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ und $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$. Berechnen Sie den Poynting-Vektor $\mathbf{S}(\mathbf{x}, t)$ sowie die mittlere, in den Raumwinkel $\text{d}\Omega$ abgestrahlte Leistung $\text{dP}/\text{d}\Omega = \text{r}^2 \hat{\mathbf{n}} \cdot \overline{\mathbf{S}(\mathbf{x}, \text{t})}$. (6 Punkte)

2. Berechnen Sie in Dipolnäherung (s. Aufgabe 2) das Vektorpotential $\mathbf{A}(\mathbf{x}, t)$, die Felder $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ und $\mathbf{E}(\mathbf{x}, t)$, $\mathbf{S}(\mathbf{x}, t)$ sowie $\text{dP}/\text{d}\Omega$ für die Antenne. (4 Punkte)

3. Skizzieren Sie $\text{dP}/\text{d}\Omega$ aus Teil 1 und 2 und vergleichen Sie die beiden. (1 Punkt)