Institut für
Theoretische Physik
Universität zu Köln

Prof. Dr. C. Kiefer

11. Übungsblatt zur Vorlesung
Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie II
im Sommersemester 2005

Aufgabe 27: **Topologische Defekte** (12 Punkte)

In der Minkowski-Raumzeit sei ein reelles Skalarfeld ϕ mit der Wirkung

$$S = \int d^4x \left(\frac{1}{2} \partial_i \phi \partial^i \phi - V(\phi) \right)$$

mit

$$V(\phi) = \frac{\lambda}{8} \left(\phi^2 - \eta^2 \right)^2$$

und reellen Parametern λ und η gegeben. Bestimmen Sie zunächst die Feldgleichung, den Energie-Impuls-Tensor und aus diesem die Energiedichte des Feldes ϕ. Welche Forderung muß für eine sinnvolle Theorie an λ gestellt werden? Zeigen Sie, daß der Grundzustand des Systems entartet ist. Wie lautet die Energiedichte des Grundzustandes? Im folgenden soll eine Feldkonfiguration konstruiert werden, die als "domain-wall" bezeichnet wird. Hierbei handelt es sich um eine statische Lösung der Feldgleichung, bei der die Raumzeit in zwei Bereiche getrennt ist, in denen das Feld jeweils einem der beiden Grundzustände zustrebt. Nehmen Sie der Einfachheit halber an, daß ϕ nur von z abhängt und finden Sie die Lösung, die den obigen Randbedingungen genügt. Skizzieren Sie die Lösung und geben Sie eine sinnvolle Definition für die "Dicke" der Wand an. Zeigen Sie anhand der Energiedichte qualitativ, daß die Wanddicke als Lösung eines Minimierungsproblems verstanden werden kann. Werten Sie nun den Energie-Impuls-Tensor für die domain-wall aus, skizzieren Sie die Energiedichte als Funktion von z und berechnen Sie die vermöge $\sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho \, dz$ definierte Oberflächenenergiedichte der Wand. Welche gravitative Wirkung übt die Wand auf ein Probeteilchen aus?

Aufgabe 26: **Phasenübergänge** (8 Punkte)

Erläutern Sie anhand des temperaturabhängigen effektiven Potentials

$$V_{\text{eff}}(\phi) = \lambda|\phi|^4 - b|\phi|^3 + (aT^2 - \mu^2)|\phi|^2$$

eines komplexen skalaren Feldes ϕ mit positiven Konstanten λ, μ^2, a, b die Begriffe *spontane Symmetriebrechung* und *Phasenübergang* sowie *falsches* und *wahres Vakuum*. Bestimmen Sie die drei kritischen Temperaturen und erklären Sie deren Bedeutung für die Phasenübergänge.

Abgabe: Di, 5.7.2005