

## 7. Übungsblatt zur Relativitätstheorie und Kosmologie I Sommersemester 2007

**Abgabe:** 6.6.2007

### **Aufgabe 18** (6 Punkte): *Staub*

Leiten Sie die in der Vorlesung angegebene Kontinuitätsgleichung sowie die Euler-Gleichung für Staub in der speziellen Relativitätstheorie her. Zeigen Sie ferner, daß in einem beliebigen Bezugssystem aus der kovarianten Erhaltung des Energie-Impuls-Tensors des Staubs folgt, daß sich die Staubteilchen auf Geodätischen bewegen.

### **Zusatz** (10 Zusatzpunkte): *Ideale Flüssigkeit*

Leiten Sie aus der Divergenzfreiheit des Energie-Impulstensors

$$T_{ab} = \rho u_a u_b + P(u_a u_b - g_{ab})$$

einer idealen Flüssigkeit die Kontinuitätsgleichung und die Navier-Stokes-Gleichung ab. Hier bezeichnen  $u_a$  die Vierergeschwindigkeit,  $\rho$  die Dichte und  $P$  den Druck der Flüssigkeit. Geben Sie weiterhin für die Metrik  $g_{ab} = \text{diag}[1, -a(t)^2, -a(t)^2, -a(t)^2]$  die Kontinuitätsgleichung an.

### **Aufgabe 19** (14 Punkte): *Maxwell-Theorie*

Betrachten Sie die Lagrangedichte des elektromagnetischen Feldes im Vakuum:

$$\mathcal{L} := \frac{\sqrt{-g}}{16\pi} F_{ij} F^{ij}, \quad F_{ij} := 2\partial_{[i} A_{j]}.$$

1. Leiten Sie die Feldgleichungen ab.
2. Berechnen Sie den Energie-Impuls-Tensor.
3. Berechnen Sie die Divergenz des Energie-Impuls-Tensors  $\nabla_i T^{ij}$ .