

12. Übungsblatt zur Vorlesung  
**Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie II**  
im Wintersemester 2007/08

**Aufgabe 29: Inflationäres Universum** (7 Punkte)

Es ist ein Inflationsmodell gesucht, für das die zeitliche Entwicklung des Skalenparameters durch  $a(t) \propto t^p$  gegeben ist. Für welche Werte von  $p$  kann man von "Inflation" reden? Finden Sie ein geeignetes Potential  $V(\phi)$  für ein räumlich homogenes skalares Feld  $\phi(t)$ , so daß die obige Form von  $a(t)$  als exakte Lösung (also ohne "slow-roll") der Bewegungsgleichungen in einem räumlich flachen Universum herauskommt. Wie lautet die zugehörige Lösung  $\phi(t)$ ? Für welche Werte von  $p$  sind die in der Vorlesung diskutierten "slow-roll"-Bedingungen erfüllt?

**Aufgabe 30: Entropie des Universums** (7 Punkte)

- a) Die Entropie des Universums wird von den Beiträgen der kosmischen Hintergrundstrahlung und der kosmischen Neutrinos dominiert. Schätzen Sie die Größenordnung dieser Entropie (in Einheiten von  $k_B$ ) ab, indem Sie als Radius des Universums die Hubble-Distanz  $d_H = c/H_0$  ansetzen.
- b) Nehmen Sie an, die gesamte Masse des Universums stecke in (kugelsymmetrischen) Schwarzen Löchern mit jeweils einer Sonnenmasse. Welche Entropie ergäbe dies? (Zur Erinnerung: Die Entropie eines Schwarzen Loches beträgt  $S_{\text{BH}} = Ac^3 k_B / (4G\hbar)$  mit  $A$  als der Oberfläche des Ereignishorizontes.) Nehmen Sie nun an, die gesamte Masse des Universums stecke in *einem* Schwarzen Loch - wie groß wäre dann die Entropie? Wenn Sie diesen Wert als maximalen Wert für die Entropie annehmen - wie groß wäre dann die "Wahrscheinlichkeit" für unser Universum?

Aufgabe 31: **Geschichte des Universums** (7 Punkte)

Fassen Sie kurz (maximal zwei Seiten) die einzelnen Phasen in der Entwicklung des Universums zusammen, insoweit diese in der Vorlesung behandelt wurden.

Abgabe: Mi, 30.01.2008