Universität zu Köln
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Claus Kiefer
Barbara Sandhöfer, Friedemann Queisser

22.01.2008

12. Übungsblatt zur Vorlesung
Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie II
im Wintersemester 2007/08

Aufgabe 29: **Inflationäres Universum** (7 Punkte)

Es ist ein Inflationsmodell gesucht, für das die zeitliche Entwicklung des Skalenparameters durch $a(t) \propto t^p$ gegeben ist. Für welche Werte von p kann man von "Inflation" reden? Finden Sie ein geeignetes Potential $V(\phi)$ für ein räumlich homogenes skalares Feld $\phi(t)$, so daß die obige Form von $a(t)$ als exakte Lösung (also ohne "slow-roll") der Bewegungsgleichungen in einem räumlich flachen Universum herauskommt. Wie lautet die zugehörige Lösung $\phi(t)$? Für welche Werte von p sind die in der Vorlesung diskutierten "slow-roll"-Bedingungen erfüllt?

Aufgabe 30: **Entropie des Universums** (7 Punkte)

a) Die Entropie des Universums wird von den Beiträgen der kosmischen Hintergrundstrahlung und der kosmischen Neutrinos dominiert. Schätzen Sie die Größenordnung dieser Entropie (in Einheiten von k_B) ab, indem Sie als Radius des Universums die Hubble-Distanz $d_H = c/H_0$ ansetzen.

b) Nehmen Sie an, die gesamte Masse des Universums stecke in (kugelsymmetrischen) Schwarzen Löchern mit jeweils einer Sonnenmasse. Welche Entropie ergäbe dies? (Zur Erinnerung: Die Entropie eines Schwarzen Loches beträgt $S_\mathrm{BH} = Ac^3 k_\mathrm{B}/(4G\hbar)$ mit A als der Oberfläche des Ereignishorizontes.) Nehmen Sie nun an, die gesamte Masse des Universums stecke in *einem* Schwarzen Loch - wie groß wäre dann die Entropie? Wenn Sie diesen Wert als maximalen Wert für die Entropie annehmen - wie groß wäre dann die "Wahrscheinlichkeit" für unser Universum?

Aufgabe 31: **Geschichte des Universums** (7 Punkte)

Fassen Sie kurz (maximal zwei Seiten) die einzelnen Phasen in der Entwicklung des Universums zusammen, insoweit diese in der Vorlesung behandelt wurden.

Abgabe: Mi, 30.01.2008