Universität zu Köln
Institut für Theoretische Physik
Prof. Dr. Claus Kiefer
Friedemann Queisser

15.12.2009

9. Übungsblatt zur Vorlesung
Allgemeine Relativitätstheorie und Kosmologie II
im Wintersemester 2009/10

Aufgabe 22: **Einstein-Universum** (8 Punkte)

a) Geben Sie das (dreidimensionale) Volumen des statischen Einstein-Universums in Abhängigkeit von der Dichte ρ des enthaltenen Staubes an. Geben Sie das Volumen für $\rho \approx 10^{-30}\mathrm{g/cm}^3$ in $(\mathrm{Gpc})^3$ an.

b) In der Quantenfeldthorie treten Vakuumenergien auf, die im Prinzip zur kosmischen Vakuumenergiedichte ρ_v beitragen sollten. Berechnen Sie in diesem Zusammenhang die mit den Nullpunktsschwankungen des elektromagnetischen Feldes verknüpfte Energiedichte, indem Sie nur solche Wellenlängen berücksichtigen, die größer als der klassische Elektronenradius sind. Nehmen Sie diese Energiedichte als Kandidaten für ρ_v und berechnen Sie die Größe des entsprechenden Einstein-Universums. Pauli, der diese Rechnung ausführte, fühlte sich zu der Bemerkung veranlaßt, daß dieses Universum ja nicht einmal bis zum Mond reiche. (Hierzu benötigen Sie Grundkenntnisse aus anderen Gebieten der Physik.)

Aufgabe 23: **Horizont** (6 Punkte)

Unser Universum kann gut durch ein Friedmann-Universum mit $k = 0$ und $\Omega_{m,0} \approx 0,27$ beschrieben werden (der Strahlungsanteil sei vernachlässigt). Welche Galaxien, die heute eine Rotverschiebung z aufweisen, können durch Signale erreicht werden, die man heute aussendet?

Aufgabe 24: **Volumenexpansion** (6 Punkte)

Der Abstand zweier benachbarter Galaxien sei durch $\bar{\delta} x^i = a n^i$, $n^i n_i = -1$, gegeben. Zeigen Sie, daß

$$\frac{\dot{a}}{a} = -\sigma_{ab} n^a n^b + \frac{1}{3}\theta \tag{1}$$

gilt und daß nach Mittelung über alle Richtungen n^a

$$\left\langle \frac{\dot{a}}{a} \right\rangle = \frac{1}{3}\theta \tag{2}$$

folgt.

Abgabe: Mi, 13.1.2010