

9. Übungsblatt zum Vorkurs Physik

Sommersemester 2016

<https://lecture.ph1.uni-koeln.de/mod/book/view.php?id=1856&chapterid=82>

<http://www.thp.uni-koeln.de/gross/prepcourse-spring-16.html>

13. Trigonometrische Funktionen

a) Rechnen Sie um!

$$\begin{array}{ll} \text{ins Bogenmass:} & 1) 30^\circ, \quad 2) 90^\circ, \quad 3) 270^\circ, \quad 4) 72^\circ \\ \text{in Grad:} & 5) \frac{\pi}{3}, \quad 6) \frac{3\pi}{2}, \quad 7) \frac{\pi}{4}, \quad 8) 1, 79. \end{array}$$

b) Skizziere den Verlauf der Funktion $y(x) = 3 \sin(2x - 1)$.

c) Bestimme die Periode der folgenden Funktionen:

$$1) 3 \sin\left(3x + \frac{1}{4}\right), \quad 2) \cos(4\pi x).$$

d) Wie lautet die Gleichung der Sinuskurve mit der Amplitude 4 und der Periode $\frac{\pi}{2}$?**14. Trigonometrische Funktionen II**

a) Vereinfache folgende Ausdrücke:

$$1) \cos^2 \varphi \cdot \tan^2 \varphi + \cos^2 \varphi \quad 2) 1 - \frac{1}{\cos^2 \varphi} \quad 3) \frac{1}{1 - \sin \varphi} + \frac{1}{1 + \sin \varphi}$$

b) Zeigen Sie

$$1. \sin(2\phi) = 2 \sin \phi \cos \phi \quad \text{bzw.} \quad \cos(2\phi) = 2 \cos^2 \phi - 1,$$

$$2. \sin \phi_1 + \sin \phi_2 = 2 \sin \frac{(\phi_1 + \phi_2)}{2} \cos \frac{(\phi_1 - \phi_2)}{2}.$$

Dabei dürfen Sie die Additionstheoreme

$$\begin{aligned} \sin(\phi_1 \pm \phi_2) &= \sin \phi_1 \cdot \cos \phi_2 \pm \cos \phi_1 \cdot \sin \phi_2, \\ \cos(\phi_1 \pm \phi_2) &= \cos \phi_1 \cdot \cos \phi_2 \mp \sin \phi_1 \cdot \sin \phi_2 \end{aligned}$$

verwenden.

15. Zusatzaufgabe: Hyperbolische Umkehrfunktion

Zeigen Sie, dass sich die Umkehrfunktion $\operatorname{arsinh} x$ (*Arasinus Hyperbolicus*) von $\sinh x$ folgendermaßen mit Hilfe des Logarithmus darstellen lässt:

$$\operatorname{arsinh} x = \ln \left(x + \sqrt{x^2 + 1} \right).$$

Den *sinus hyperbolicus* haben Sie in Aufgabe 10 kennen gelernt.

16. Ableitungen elementarer Funktionen

Berechnen Sie die Ableitungen (bzgl. x) von:

- | | | |
|-----------------------------|----------------------------|----------------------|
| a) $7x^3 + 4x + 2$ | b) $\frac{x^2 + 3}{x + 2}$ | c) a^x |
| d) $\sqrt{x} + \sqrt[n]{x}$ | e) $e^{x \sin x}$ | f) $\sin(x) \cos(x)$ |
| g) $\sum_{n=0}^N a_n x^n$ | i) $\cosh x$ | j) $\sinh x$ |

17. Quotientenregel

- a) Zeigen Sie für Funktionen $f, g : D \rightarrow \mathbb{R}$ die Gültigkeit der Quotientenregel

$$\left(\frac{f}{g} \right)' = \frac{f'}{g} - \frac{f g'}{g^2} = \frac{f' g - f g'}{g^2}$$

ausgehend von der Produkt- und Kettenregel.

- b) Berechnen Sie die Ableitung von $\tan(x)$.

18. Ableitung von Umkehrfunktionen

f^{-1} sei die Umkehrfunktion von f , d.h. $f^{-1}(f(x)) = x$.

- a) **Zusatzaufgabe:** Zeigen Sie mit Hilfe der Kettenregel:

$$(f^{-1})'(x) = \frac{1}{f'(f^{-1}(x))}.$$

- b) Berechnen Sie mit dieser Formel die Ableitungen von:

a) $f(x) = \ln(x)$	b) $f(x) = \arctan(x)$	c) $f(x) = \operatorname{arsinh}(x)$
--------------------	------------------------	--------------------------------------

Hinweis: Vereinfachen Sie die Resultate in (b) und (c) so weit, dass keine trigonometrischen oder hyperbolischen Funktionen mehr darin vorkommen.