

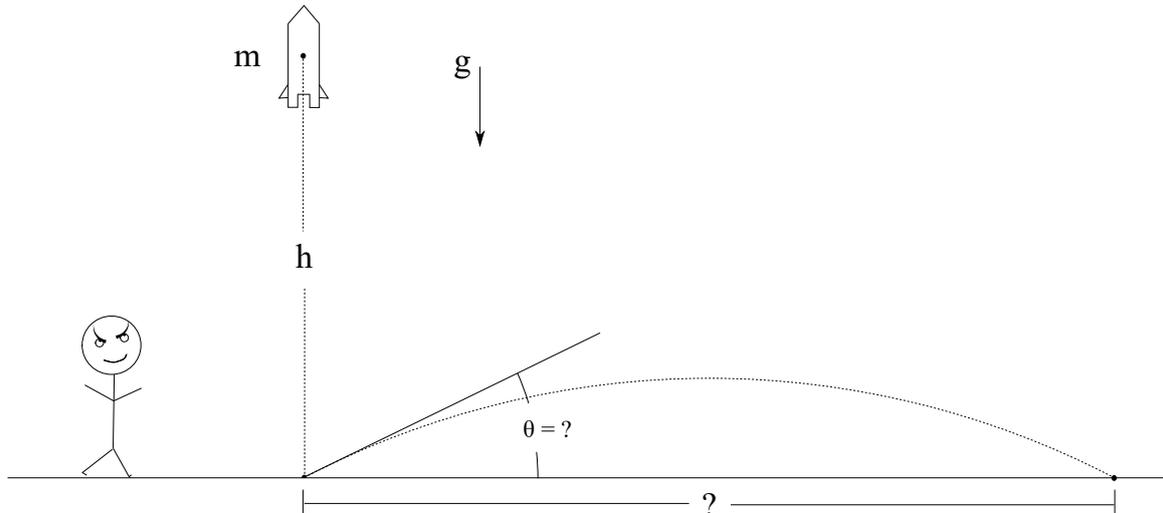
KLASSISCHE MECHANIK

David Gross, Johan Åberg, Markus Heinrich

Übungsblatt 1 Abgabe: 19. Oktober um 12 Uhr

1 Deine Karriere als Diktator/-in. Heute: *Rocket science*

Wahrscheinlich haben Sie schon einmal darüber nachgedacht, was Sie so nach Ihrem Physikstudium tun sollen. Warum nicht einfach Diktator/-in irgendeines Landes werden? Mit etwas Basiswissen in klassischer Mechanik können Sie die ganze Welt mit Ihren mächtigen Raketen bedrohen.



Nehmen wir einmal an, Sie wollen nun die schöne neue Rakete testen, die Ihre Lakaien für Sie gebaut haben. Es ist ein kluger Schachzug, die Rakete vertikal abzufeuern¹, denn so schaut das Ganze zwar ziemlich bedrohlich aus, provoziert aber nicht direkt Ihre Nachbarn. Um die Rechnung etwas zu vereinfachen, wollen wir annehmen, dass die gesamte Energie in dem Moment des Abschusses freigesetzt wird, so dass die Rakete danach nicht weiter angetrieben wird². Weiterhin nehmen wir an, dass Reibung zu vernachlässigen ist, sich die Gravitation mit der Höhe nicht ändert und wir die Krümmung (sowie die Rotation) der Erde ignorieren können³.

Die Rakete habe die Masse m und erreiche die Höhe h , wenn wir sie senkrecht in die Luft schießen. Welche Distanz würde die selbe Rakete zurücklegen, wenn wir sie stattdessen unter einem Winkel θ abschießen würden? Für welchen Winkel wird die Distanz maximal?

Hinweis: Was ist die benötigte Anfangsgeschwindigkeit um bei einem senkrechten Start die Höhe h zu erreichen? Benutzen Sie das zweite Newtonsche Gesetz um die Trajektorie der Rakete bei einem schiefen Abschuss zu berechnen. Welche Strecke legt diese als Funktion des Winkels θ zurück?

(7 Punkte)

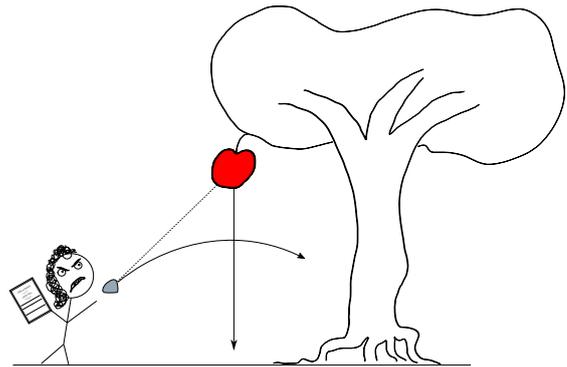
¹*Dictatorship for dummies*, 2nd Edition, Wiley (2011).

²Um ehrlich zu sein beschreiben wir hier eher eine Kanone als eine Rakete, aber diese Dinge sind unter Diktatoren/-innen heutzutage weit weniger beliebt.

³Das sind natürlich keine guten Annahmen, wenn man irgendein großes Land auf der anderen Seite der Erde erreichen will.

2 Newton hasst Äpfel

Sir Isaac Newton ist unglaublich genervt davon, dass ständig Äpfel auf seinen Kopf fallen, daher will er sie am Liebsten alle vom Baum holen. In seiner Rage vergisst er mal eben das Gravitationsgesetz und zielt mit seinem Stein direkt auf einen Apfel. Wie der Zufall so will, fällt dieser just in dem Moment vom Baum, als Newton den Stein loslässt⁴. Angenommen wir können Reibungseffekte vernachlässigen, zeigen Sie, dass der Stein tatsächlich den Apfel im Flug trifft⁵.

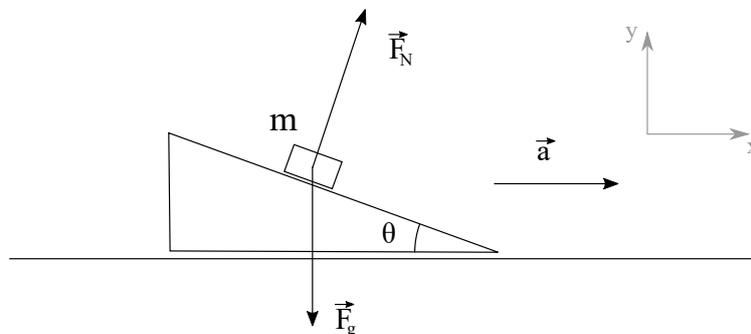


Hinweis: Wir wissen, dass der Geschwindigkeitsvektor zu Anfang in die Richtung des Apfels zeigt, d.h. er ist parallel zu dem Vektor, der den Stein und den Apfel verbindet (dies impliziert beispielsweise eine Beziehung zwischen den horizontalen und vertikalen Komponenten der beiden Vektoren). Lösen Sie die Bewegungsgleichungen für den Stein und den Apfel. Was sind die Anfangsbedingungen? Geben die Lösungen der Bewegungsgleichungen, was sind die Bedingungen für eine Kollisionen?

(7 Punkte)

3 Block auf einer schiefen Ebene

Ein Block der Masse m liege auf einer schiefen Ebene, die mit einer konstanten Beschleunigung $\vec{a} = a\hat{x}$ ($a > 0$) gezogen werde und könne sich darauf reibungslos bewegen. Der Winkel der Ebene sei $0 < \theta < \pi/2$ und der Block unterliege der Schwerkraft $\vec{F}_g = -mg\hat{y}$. Dabei sind \hat{x} und \hat{y} die Einheitsvektoren in x - bzw. y -Richtung. Wie groß müsste a sein, damit sich der Block auf der Ebene gerade nicht bewegt? Berechnen Sie den Betrag der Normalkraft \vec{F}_N , die die Ebene auf den Block ausübt.



Hinweis: Betrachten Sie die Kräfte, die auf den Block wirken, also the Gravitations- und die Normalkraft (letztere ist senkrecht zur Ebene und verhindert, dass der Block durch diese fällt). Wie sollte der Block beschleunigt werden? Welche Kraft (als Vektor betrachtet) wird dafür benötigt?

(6 Punkte)

⁴Der Stein sei anfänglich in Ruhe.

⁵Streng genommen sollten wir annehmen, dass Newton den Stein schnell genug wirft, so dass er überhaupt mit dem Apfel kollidieren kann, bevor dieser auf den Boden fällt. Aber das können Sie für die Rechnung getrost ignorieren. Alternativ könnten wir auch die unglaublich realistische Annahme machen, dass neben dem Baum ein unendlich tiefes Loch (mit konstanten Gravitationsfeld) existiert, in dass Stein und Apfel für eine beliebig lange Zeit fallen können.