
1. Übung zur Vorlesung “Theoretische Physik in zwei Semestern II”

Abgabe: Montag, den 24.10.2005 bis 12.00 Uhr im Raum 102 des Instituts für Kernphysik

Aufgabe 1: Die Feinstrukturkonstante

Als Max Planck um 1900 in seiner Theorie der Hohlraumstrahlung auf eine neue Naturkonstante \hbar mit der Dimension einer Wirkung stiess, überlegte er zunächst, ob sie sich auf bekannte Grössen zurückführen lässt.

Finden Sie eine Kombination aus Elementarladung e und Lichtgeschwindigkeit c mit der Dimension einer Wirkung, und vergleichen Sie mit dem Zahlenwert von \hbar . Das dimensionslose Verhältnis der beiden Grössen wurde später von Arnold Sommerfeld als *Feinstrukturkonstante* in die Theorie der Atomspektren eingeführt. 2 Punkte

Aufgabe 2: Unschärferelation und Einschlussenergie

- a.) Schätzen Sie mittels der Unschärferelation die kinetische Energie eines Elektrons ab, das auf einen Raumbereich der Grösse der Compton-Wellenlänge $\lambda_c = h/mc$ eingeschränkt wird. Interpretieren Sie das Ergebnis! 2 Punkte
- b.) Bestimmen Sie, nach dem Muster der Vorlesung, näherungsweise die Grundzustandsenergie eines bei $x = 0$ harmonisch gebundenen Teilchens mit der potentiellen Energie

$$V(x) = \frac{1}{2}m\omega^2 x^2.$$

Schätzen Sie dazu die kinetische Energie mittels der Unschärferelation ab, und minimieren Sie die Gesamtenergie bezüglich x . 2 Punkte

Aufgabe 3: Das Schicksal des klassischen Atoms

Ein klassisches Elektron, das auf einer Kreisbahn vom Radius r mit Geschwindigkeit v den Kern eines Wasserstoffatoms umkreist, strahlt die Leistung¹

$$P = \frac{2}{3} \frac{e^2 a^2}{c^3} \quad (1)$$

ab, wobei $a = v^2/r$ die Beschleunigung bezeichnet. Dadurch verringert sich die Energie des Elektrons, der Radius nimmt ab, und das Elektron stürzt schliesslich in den Kern. Hier soll die Lebensdauer eines solchen klassischen Atoms berechnet werden, wobei wir annehmen, dass die (eigentlich spiralförmige) Bahn des Elektrons zu jeder Zeit als Kreisbahn mit einem zeitlich veränderlichen Radius $r(t)$ angenähert werden kann.

¹Erinnerung: Wir benutzen durchgängig das cgs-System.

Drücken Sie mit Hilfe der bekannten Beziehungen für die kreisförmigen Kepler-Bahnen die Energie und die Geschwindigkeit des Elektrons durch den Radius aus, und leiten Sie dann aus (1) eine Differentialgleichung für $r(t)$ her. Lösen Sie diese mit der Anfangsbedingung $r(0) = r_0 \approx 0.53 \text{ \AA}$ (Bohr-Radius). Vergleichen Sie die Lebensdauer mit der Umlauffrequenz des Elektrons zu Beginn des Vorgangs; ist die Näherung durch Kreisbahnen gerechtfertigt?

6 Punkte

Aufgabe 4: Beugung von Tennisbällen am Netz

Ein Tennisball wiegt 80 g und erreicht beim Aufschlag eine Geschwindigkeit von 50 m/s. Berechnen Sie die zugehörige de Broglie-Wellenlänge. Unter welchem Winkel erscheint das erste Nebenmaximum, wenn ein Strahl von solchen Tennisbällen an einem Netz mit Maschenweite 10 cm gebeugt wird?

2 Punkte