UNIVERSITÄT ZU KÖLN

Institut für Theoretische Physik
Wintersemester 2005/2006

7. Übung zur Vorlesung "Theoretische Physik in zwei Semestern II"

Abgabe: Montag, den 19.12.2005 bis 12.00 Uhr im Raum 102 des Instituts für Kernphysik

Aufgabe 25: Das mechanische Wärmeäquivalent

Julius Robert Mayer[1] stellt 1842 eine quantitative Beziehung zwischen Wärme und mechanischer Arbeit auf, indem er berechnet, "*wie hoch ein bestimmtes Gewicht über den Erdboden erhoben werden müsse, daß seine Fallkraft* (= potentielle Energie) *äquivalent sei der Erwärmung eines gleichen Gewichtes Wasser von* 0° *auf* 1° C". Welches Ergebnis bekommt er (nach heutigem Kenntnisstand)? *2 Punkte*

Aufgabe 26: Rechnen mit Differentialen I

Das Differential df einer Funktion[2] $f(x, y)$ ist die infinitesimale Änderung von f bei infinitesimalen Änderungen dx, dy von x und y, also

$$df = \frac{\partial f}{\partial x} dx + \frac{\partial f}{\partial y} dy. \tag{1}$$

Beweisen Sie die Produktregel für Differentiale,

$$d(fg) = g df + f dg \tag{2}$$

für zwei beliebige Funktionen f und g. *2 Punkte*

Aufgabe 27: Wärmekapazitäten

Die Wärmekapazitäten bei konstantem Volumen (C_V) bzw. konstantem Druck (C_P) sind definiert durch die Beziehung

$$\delta Q = C_{V,P}\, dT \tag{3}$$

für die dem System zugeführten Wärmemenge δQ bei einer Erwärmung um dT.

a.) Leiten Sie aus (3) und dem ersten Hauptsatz die Beziehung

$$dE = C_V dT \tag{4}$$

[1] J.R. Mayer: Bemerkungen über die Kräfte der unbelebten Natur. Annalen der Chemie und Pharmacie, Bd. 42, 1842, S. 233 – 240.

[2] Die Verallgemeinerung auf Funktionen von mehr als zwei Variablen ist offensichtlich.

zwischen Änderungen der inneren Energie und der Temperatur her. Dies ist äquivalent zu der Aussage, dass die partielle Ableitung von E bezüglich T bei konstantem Volumen gleich C_V ist, also in der üblichen thermodynamischen Notation

$$C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V .$$

1 Punkt

b.) Folgern Sie aus der in der Vorlesung angegebenen *thermischen* Zustandsgleichung für das klassische ideale Gas die Beziehung

$$C_P - C_V = N k_{\mathrm{B}}, \tag{5}$$

und erklären Sie anschaulich, warum $C_P > C_V$. *3 Punkte*

c.) Welchen Wert haben C_V und C_P für das einatomige ideale Gas? Benutzen Sie (5) und die *kalorische* Zustandsgleichung aus der Vorlesung. *1 Punkt*

Aufgabe 28: Adiabatengleichung

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass ein ideales Gas bei einer adiabatischen Zustandsänderung ($\delta Q = 0$) eine Kurve der Gestalt

$$PV^\gamma = \text{const.} \tag{6}$$

beschreibt, wobei der Adiabatenexponent γ den Wert $\gamma = C_P/C_V$ annimmt. Gehen Sie dazu aus von der thermischen Zustandsgleichung des idealen Gases, und wenden Sie die Produktregel (2) für Differentiale auf das Produkt der Zustandsgrössen P und V an. In Kombination mit (4) und dem ersten Hauptsatz erhalten Sie so eine Differentialgleichung für P als Funktion von V, deren Lösung von der Form (6) ist. *5 Punkte*