Was mich wirklich interessiert ist, ob Gott eine Wahl hatte als er die Welt erschuf.

Albert Einstein

Von der Planckskala bis zum Horizont des Alls - die Größenordnungen im Universum

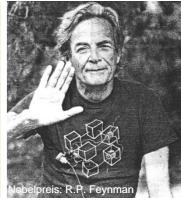
Thomas Nattermann Universität zu Köln Vorlesung Sommer 2006: Prof. T. Nattermann* (dienstags 18.30)

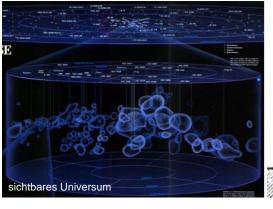
Das Weltbild der (2006) 1015 (2006) 101

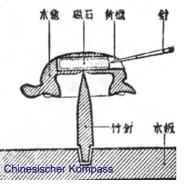












Was mich wirklich interessiert ist, ob Gott eine Wahl hatte als er die Welt erschuf. Albert Einstein

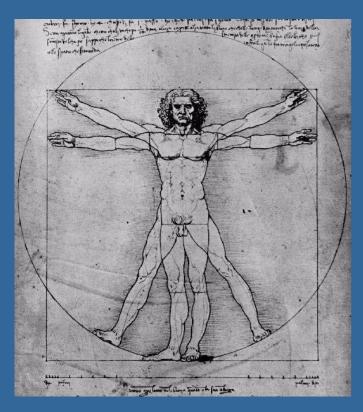
Vorlesung :dienstags von 18.30-20.00 im großen Hörsaal der Physikalischen Institute (gegenüber der Mensa, Beginn 4.4.). Informationen unter http://www.thp.uni-koeln.de/natter/index.html oder einfacher unter google.de *Nattermann*.



Größenordnungen im Universum

Wie weit entfernt ist der "Rand" des Universums?

Ein Zoom über 26 Größenordnungen!

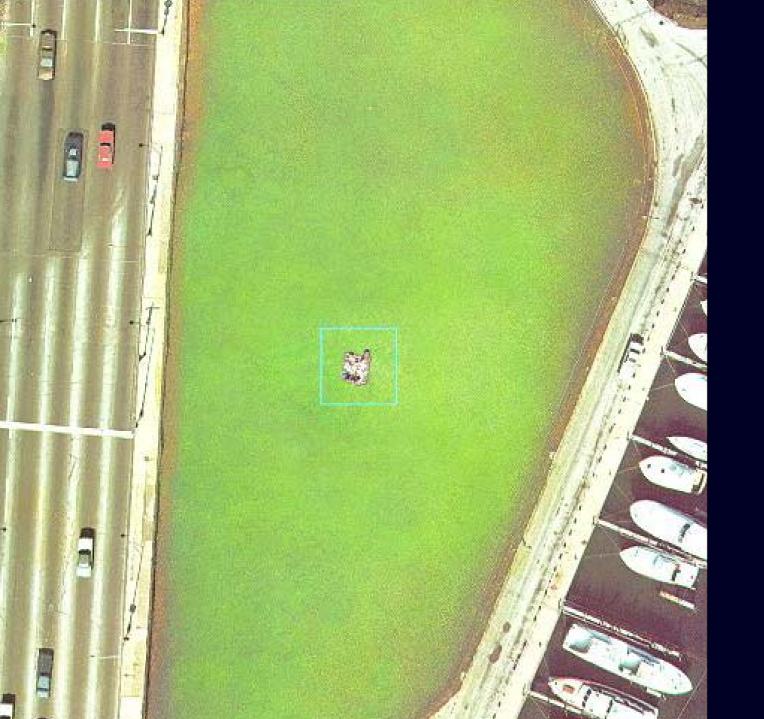








1 m = 10⁰ m



100 m = 10² m



10 000 m = 10 km = 10⁴ m



1 000 000m = 1000 km = 106 m

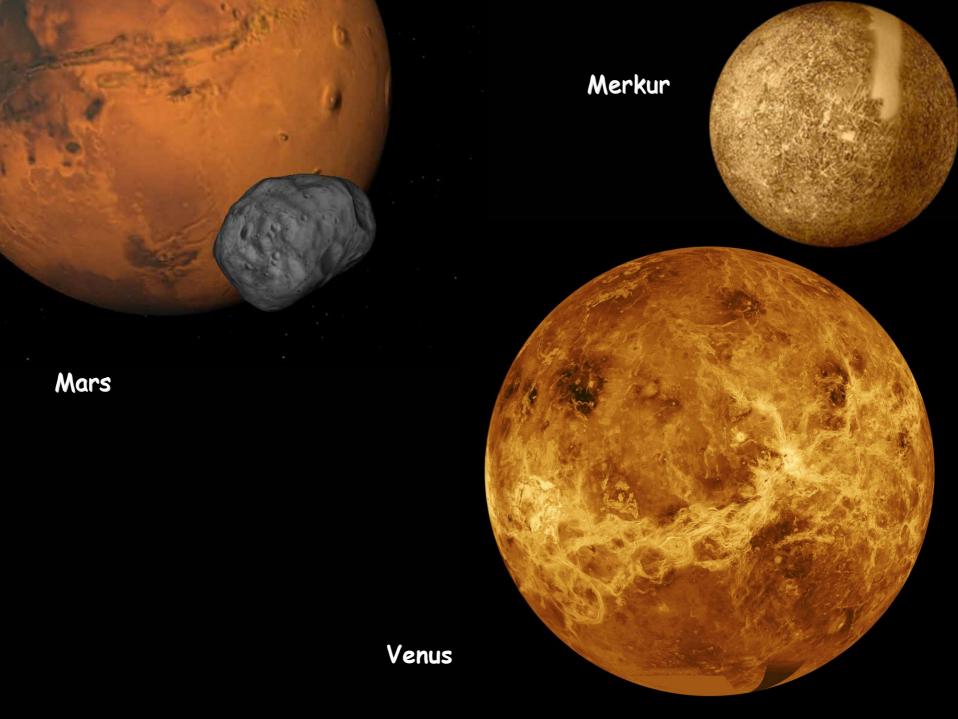
Michigansee

100 000 km = 108 m

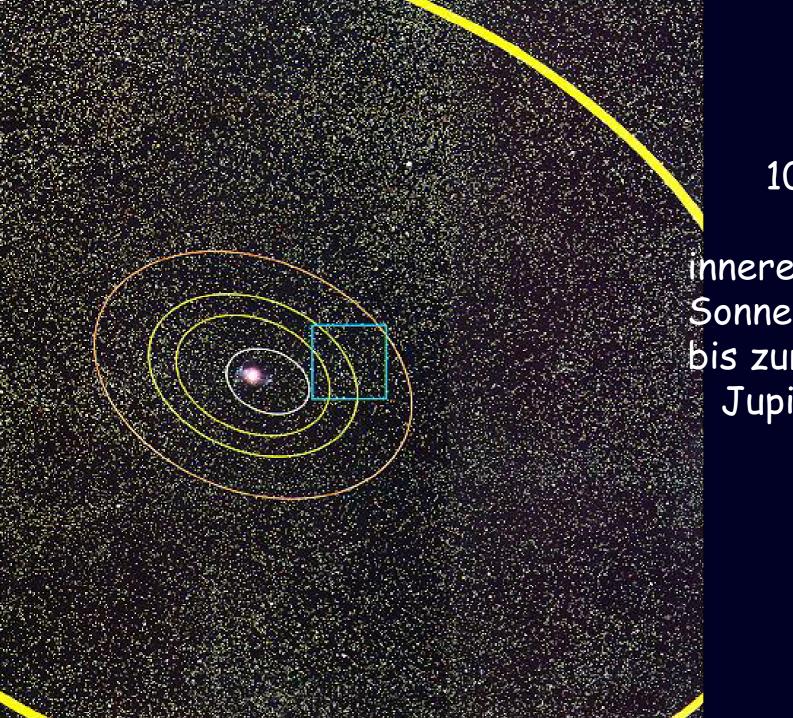






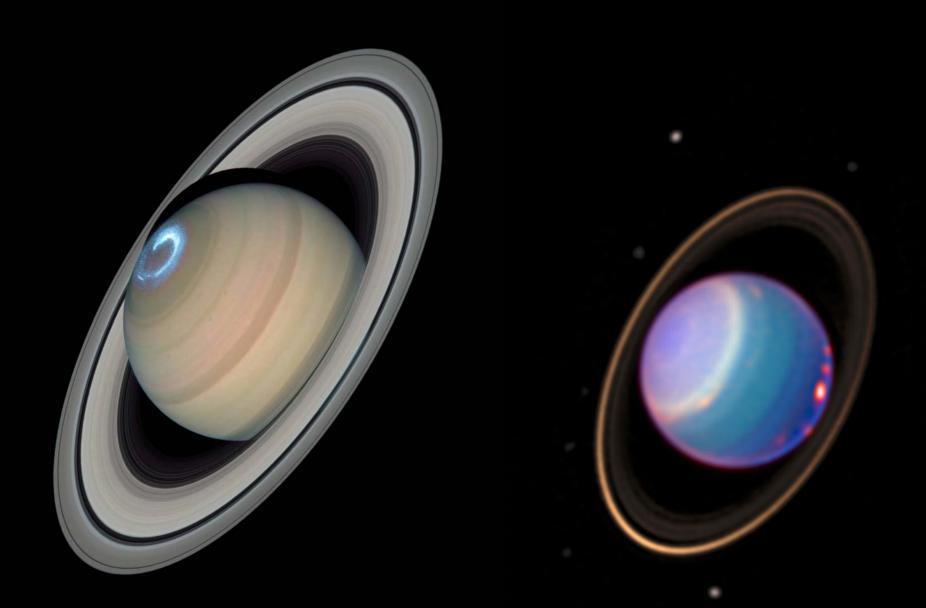




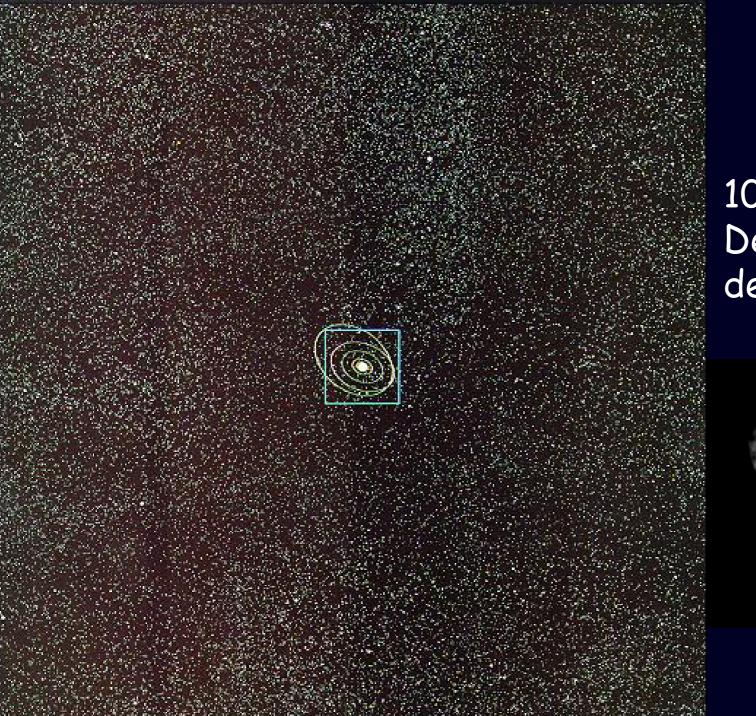


10¹² m

innere Teil des Sonnensystems bis zur Jupiterbahn



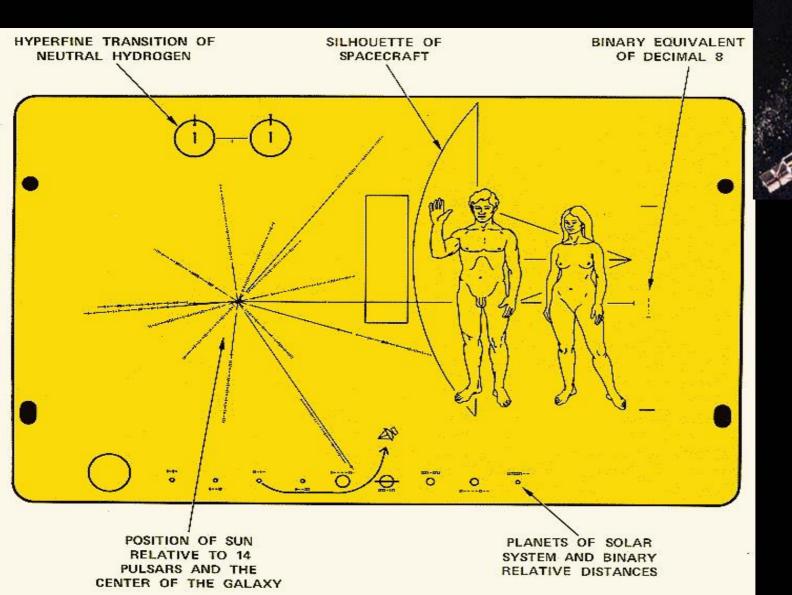




10¹⁴ m Der Bereich der Kometen



Pioneer 10 Start: 3.3.1972, letzte Nachricht: 23.1.2003 Entfernung zur Sonne: 11 Lichtstunden

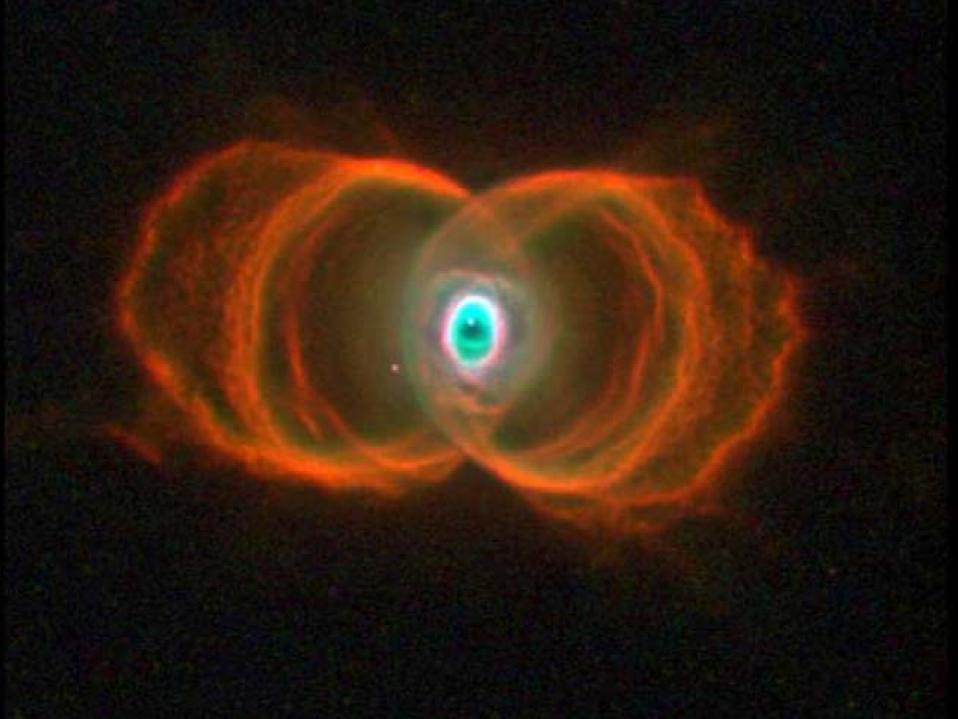


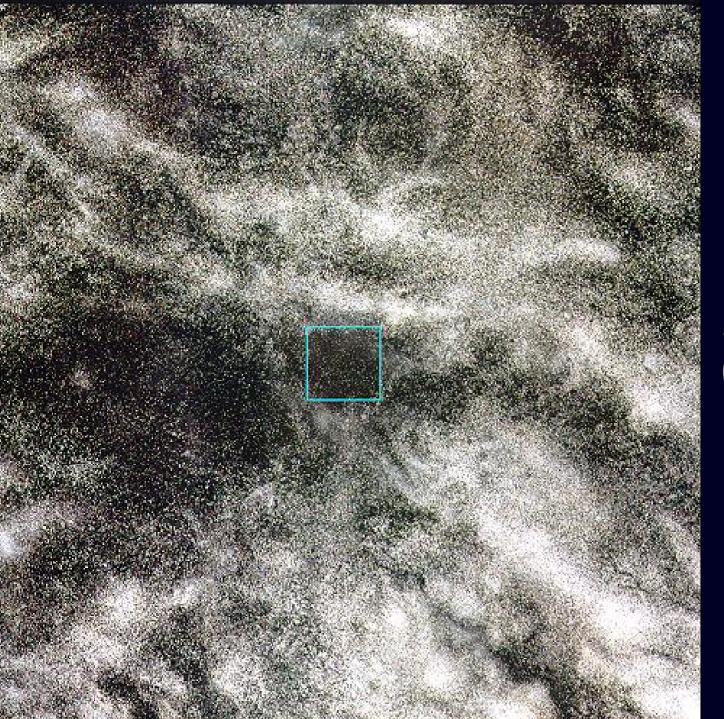


10¹⁸ m = 00 Lichtjahre







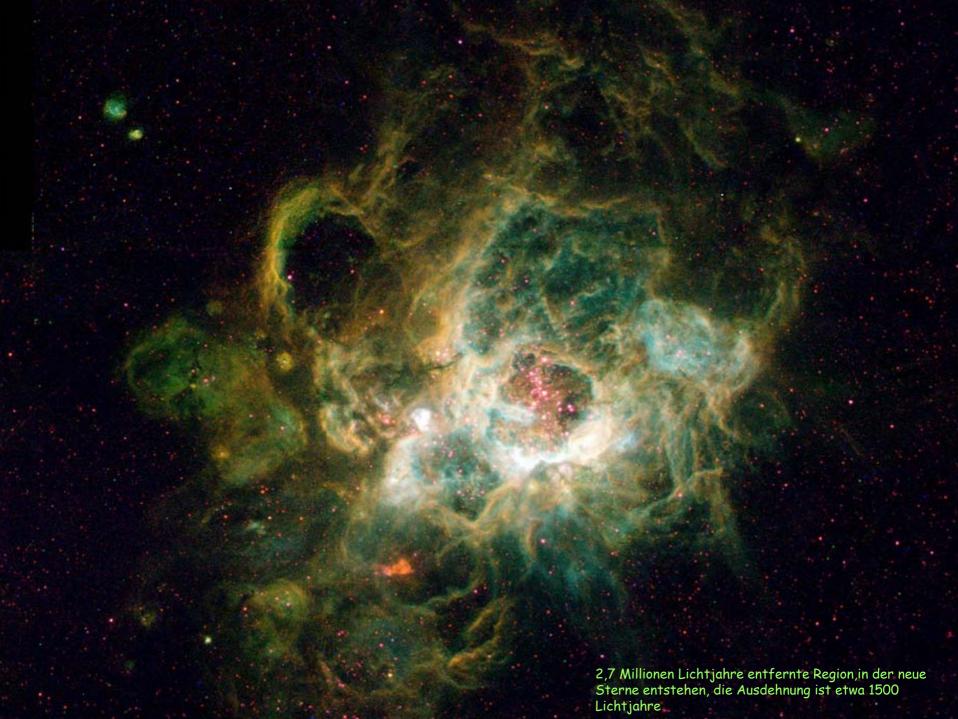


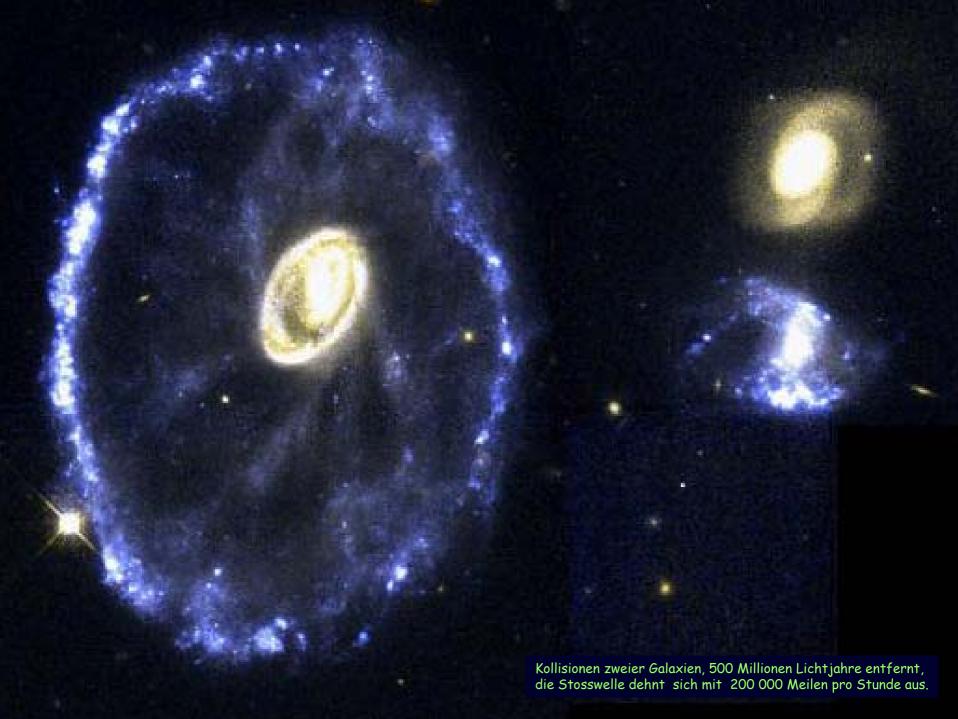
10²⁰ m~ 10 000 Lichtjahre

Sternwolken und glühende Gase



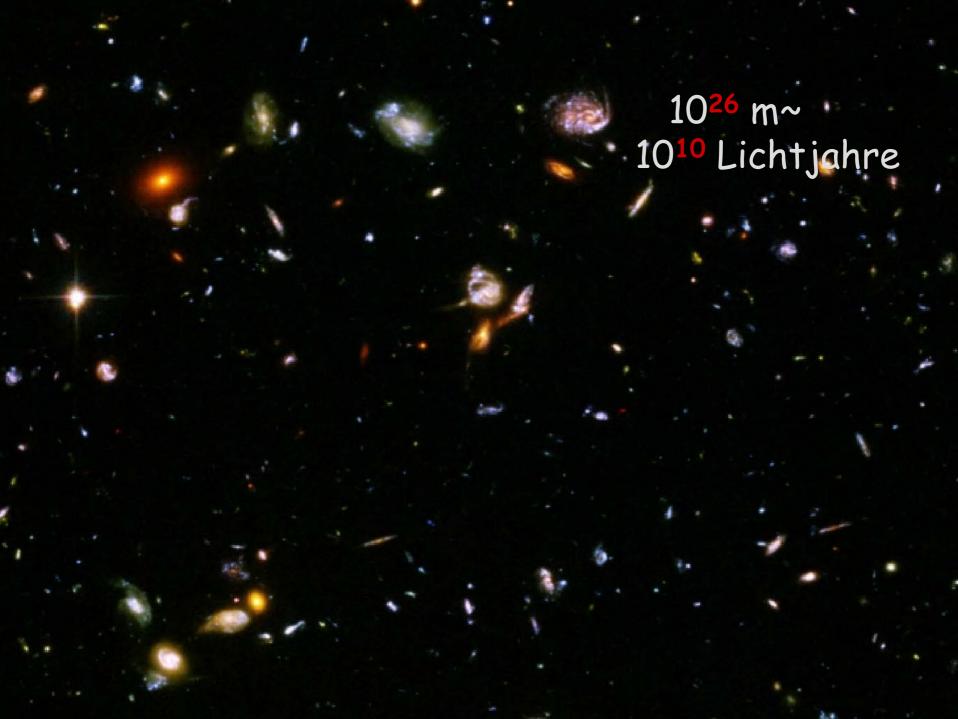




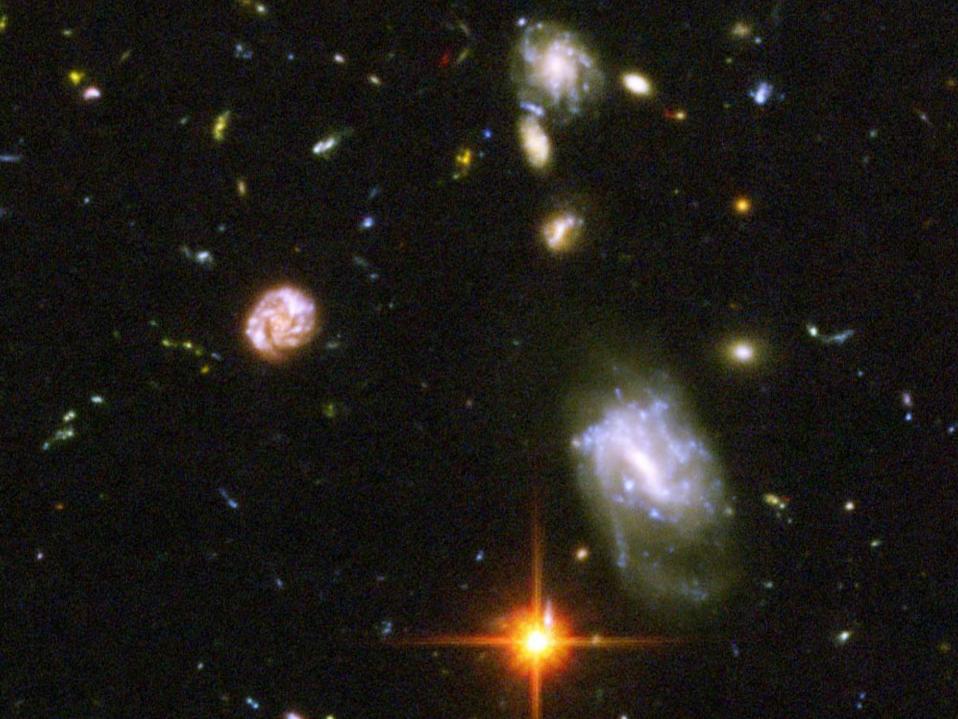


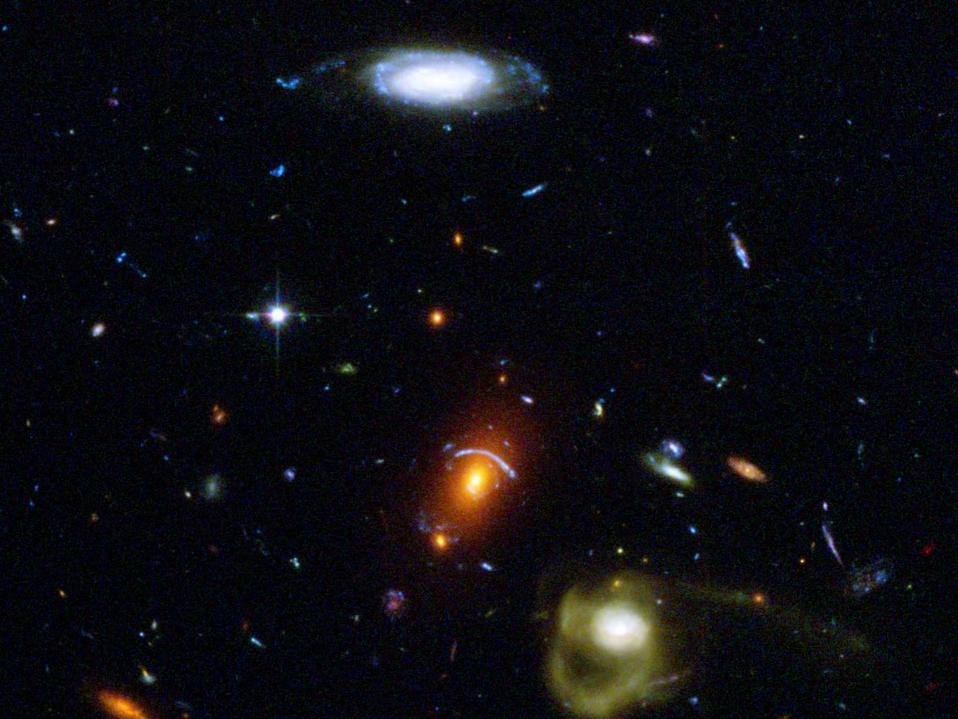


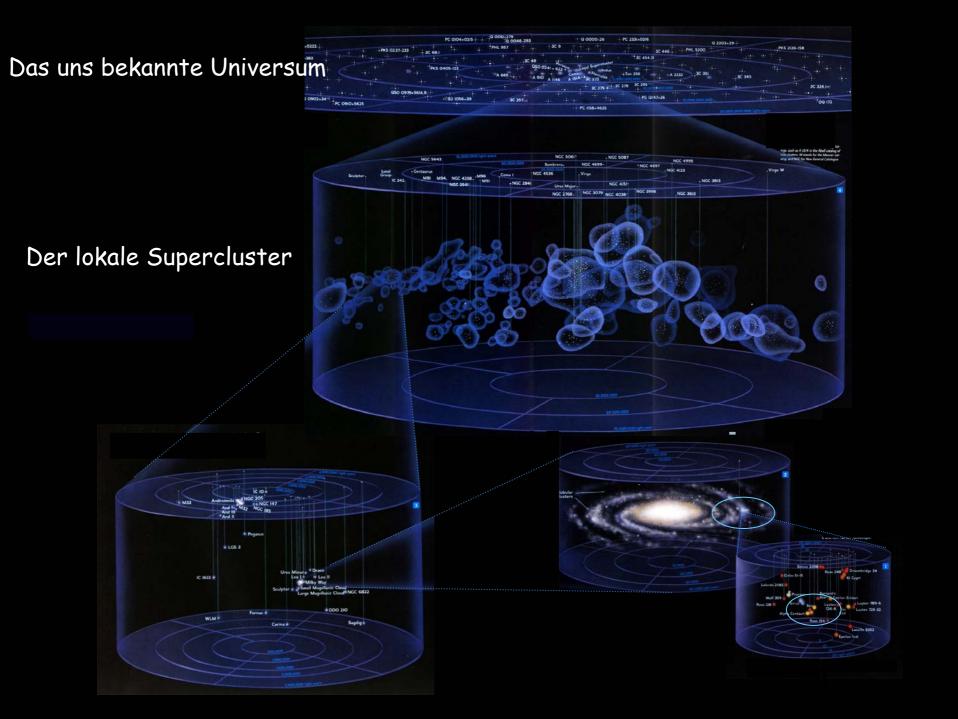


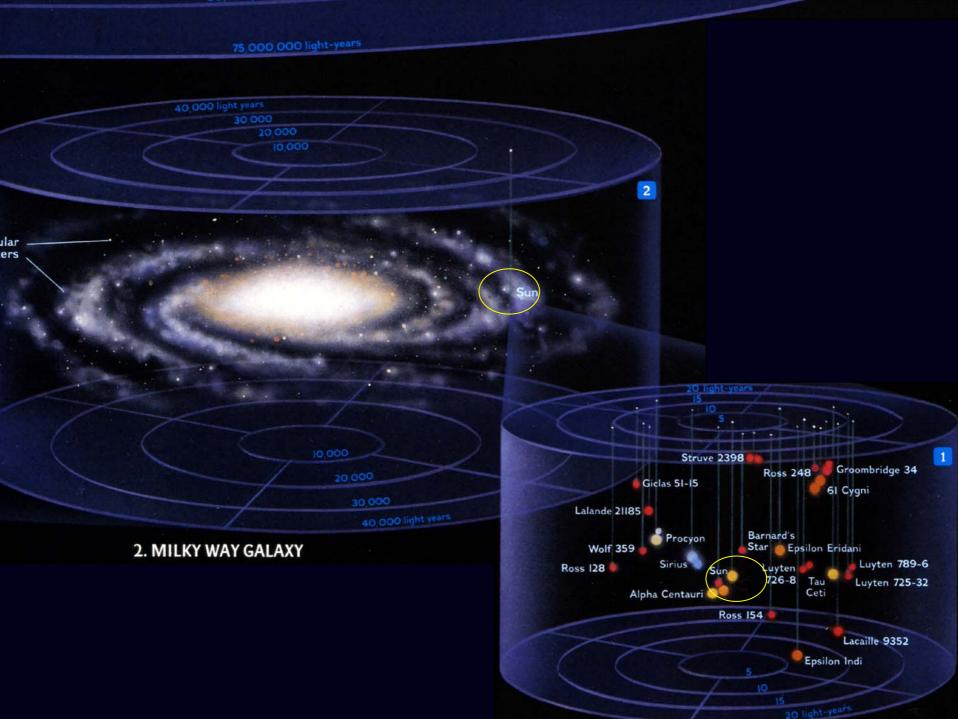




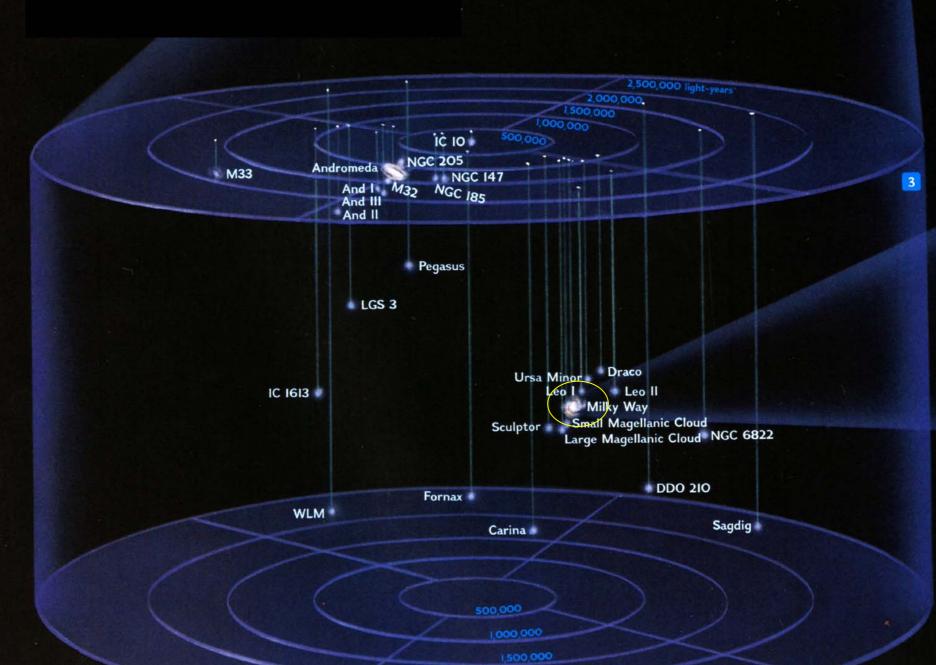


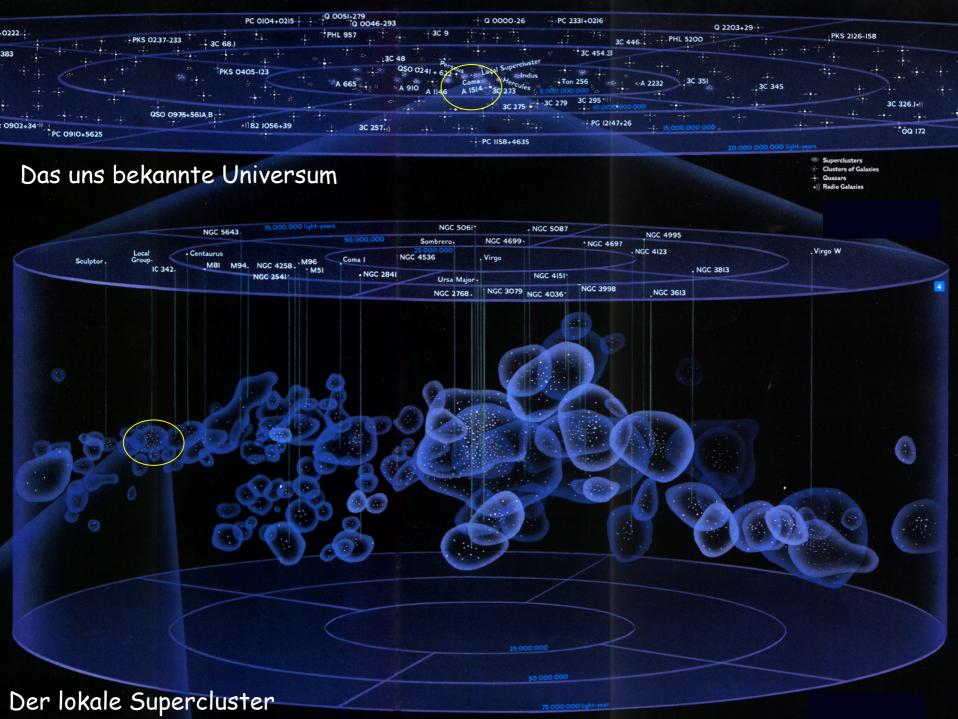


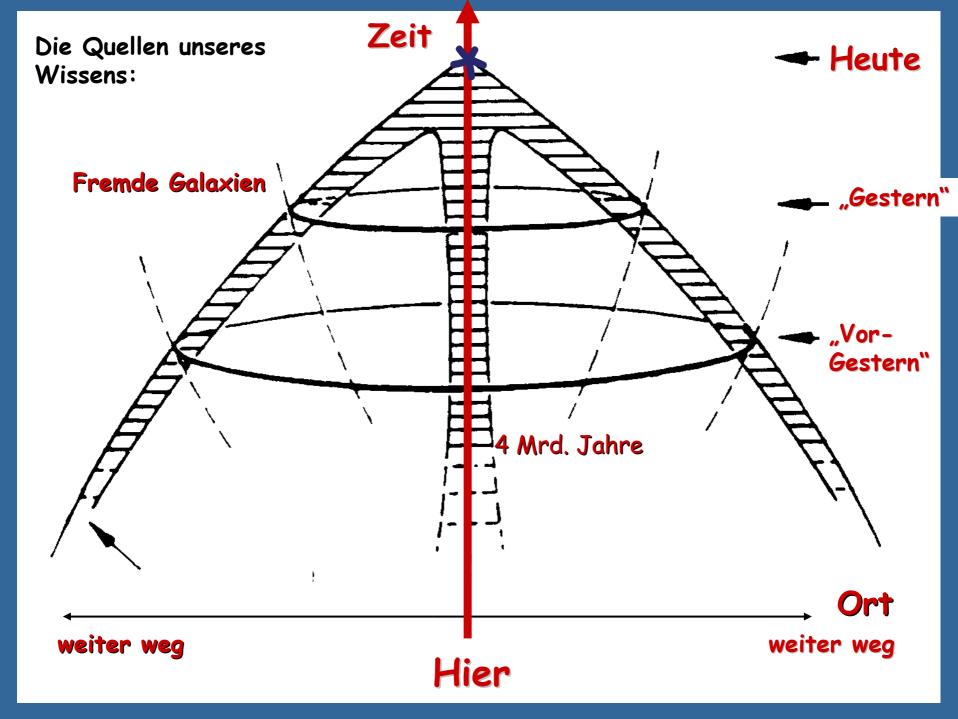




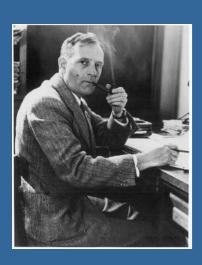
Die lokale Gruppe

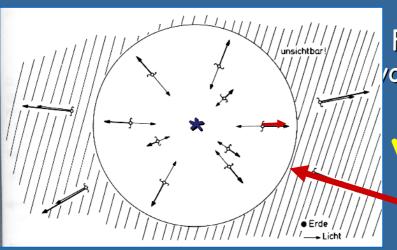






Expansion des Universums (Hubble 1929)

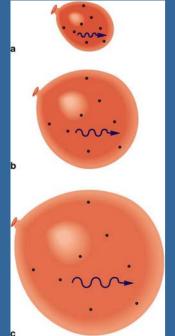




Fluchtgeschwindigkeit v von Galaxien im Abstand R:

$$V = H \cdot R$$

- "Horizont"



Hubble Konstante 1/H ~ 13,4 Mrd. Jahre

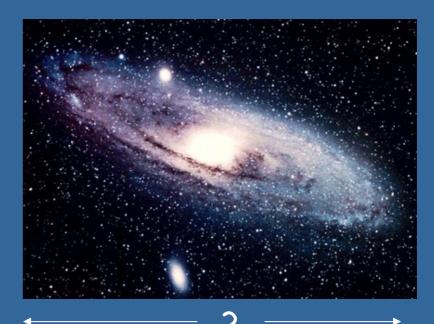
Entfernteste Galaxien: v~ c (Rotverschiebung)

- \rightarrow sichtbares Universum $R_U = c/H \approx 1.27 \times 10^{26}$ m
- \rightarrow Weltalter $t_U = R_U/c \approx 1/H$

Was bestimmt die Größe

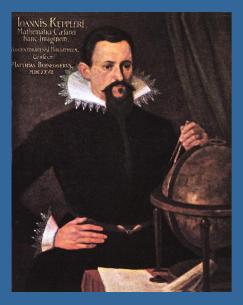
der Sterne, der Planetensysteme der Galaxien etc.?





Keplers "Weltgeheimnis" 1596:

die Struktur des Universums folgt aus der Mathematik!





Sonne

Merkur

Oktaeder (8)

Venus

Ikosaeder (20)

Erde

Dodekaeder (12)

Mars

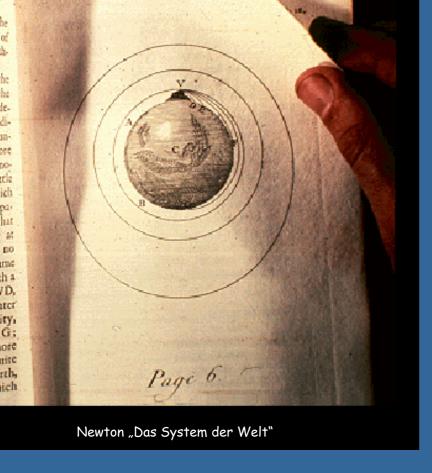
Tetraeder (4)

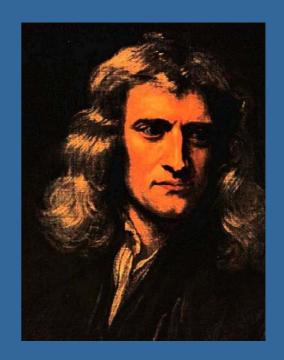
Jupiter

Kubus (6)

Saturn







Isaac Newton 1665



Beschleunigung_{Körper1}

(Abstand_{Körper1-Körper2})²

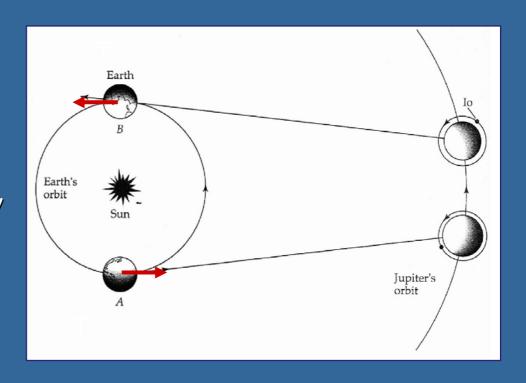
Cavendish 1798: $G_N \approx 6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$

Messung der Lichtgeschwindigkeit nach Römer (1675)

$$T_{+} - T_{-} = 2 v T / c$$

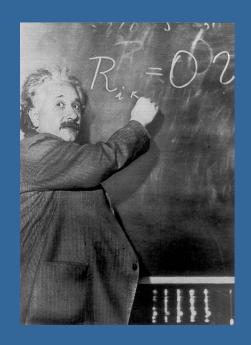
= 30 Sekunden!

→ Lichtgeschwindigkeit c= 10.000 x Erdgeschwindigkeit v



Einstein 1905: Es ist unmöglich einem Lichtstrahl hinterherzulaufen!

Die Lichtgeschwindigkeit hat in jedem (Trägheits-) System den gleichen Wert $c \approx 300~000~\text{km/s}$!



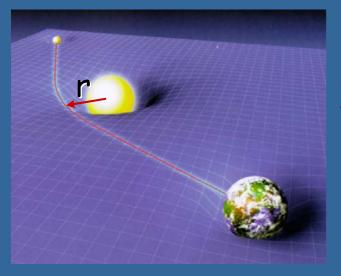
Einstein 1915:

Schwerkraft ⇒

Materie krümmt die Raum-Zeit!

 $1/(Krümmungsradius R)^2 =$

= $8\pi/3 \times G_N /c^2 \times Materiedichte$



Zeit (r) =
$$(1-(r/R)^2)^{1/2} \times Zeit(\infty)$$

Newtons Welt r/R= 0

Sonnenoberfläche: r/R ~ 1/1500

Neutronenstern: $r/R \sim 1/2$

Schwarzes Loch: r/R = 1

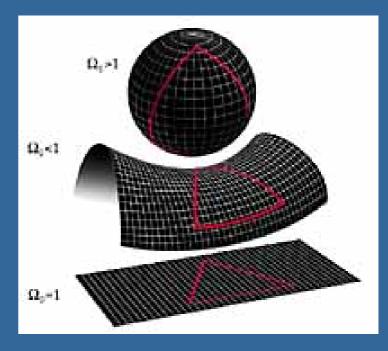
Physik light I:

?





 $G_N \approx 6.7 \times 10^{-11} \text{ m}^3/(\text{kg s}^2)$ $c \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ $1/\text{H} \approx 4.3 \times 10^{17} \text{ s} (!)$



⇒ Weltalter Welthorizont kritische Masse (R=R_U) $1/H \sim 13,4$ Mrd. Jahre $c/H \sim 1,27 \times 10^{26}$ m $c^3/G_NH \sim 10^{53}$ kg

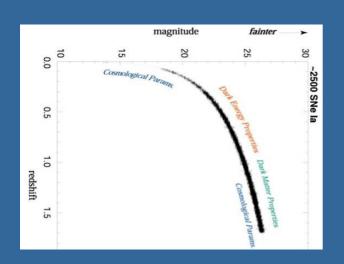
Fazit: nur Aussagen über die Welt als Ganzes möglich!

Die Friedmann-Gleichung

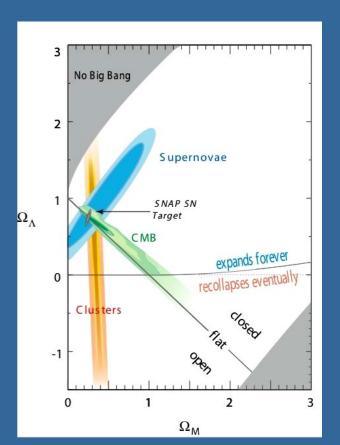
$$H^2 \equiv (v/R)^2 = 8\pi/3 \times G_N \rho - k (c/R)^2 = H^2\Omega - k(c/R)^2$$

$$\Omega$$
 \equiv 8π $G_{\rm N}$ ρ /3 ${\rm H}^2$ = $\Omega_{\rm Stern}$ + $\Omega_{\rm dunkel~(Baryon+Nichtbaryon)}$ + $\Omega_{\rm Strahlung}$ + Ω_{Λ}

 $\Omega_{\text{Stern}} pprox 0,005$ Sterne $\Omega_{\text{dunkel, Baryon}} pprox 0,05$ Gaswolken, braune Zwerge $\Omega_{\text{dunkel, Nichtbaryon}} pprox 0,245$ Axions, Neutralinos? $\Omega_{\Lambda} pprox 0,7$ dunkle Energie

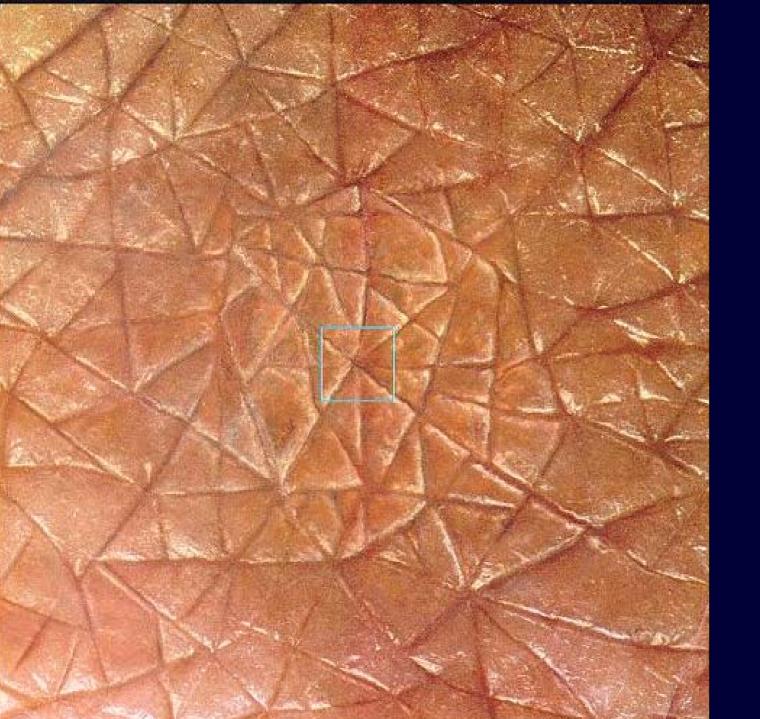


There is strong and confirming evidence for the existence of a cosmological vacuum density. Plotted are the 68% and 95% confidence regions of the matter density $\Omega_{\rm M}$ and vacuum energy density Ω_1 for current data from supernovae (Knop et al. 2003), cluster measurements (based on Allen et al. 2003), and CMB data with H_O priors (outer contours: Lange et al. 2001, inner: Spergel et al. 2003). These results rule out a simple flat $\Omega_{\rm M}=1$, $\Omega_{\rm I}=0$ cosmology, and indeed the supernovae data rule out cosmologies without vacuum energy. Their consistent overlap is a strong indicator for dark energy dominating the universe with some 70% of the energy density. Also shown is the expected confidence region from just the SNAP supernova program, for $\Omega_{\rm M}$ =0.28, $\Omega_{\rm I}$ =0.72.





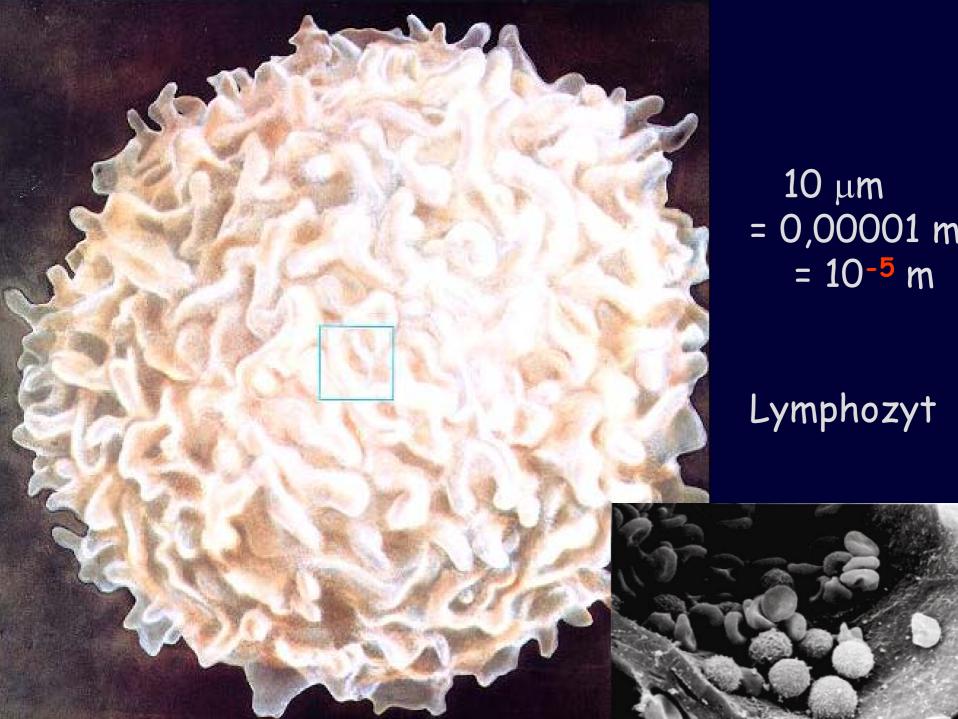
1 m = 10⁰ m



1cm =0,01m =10⁻²m

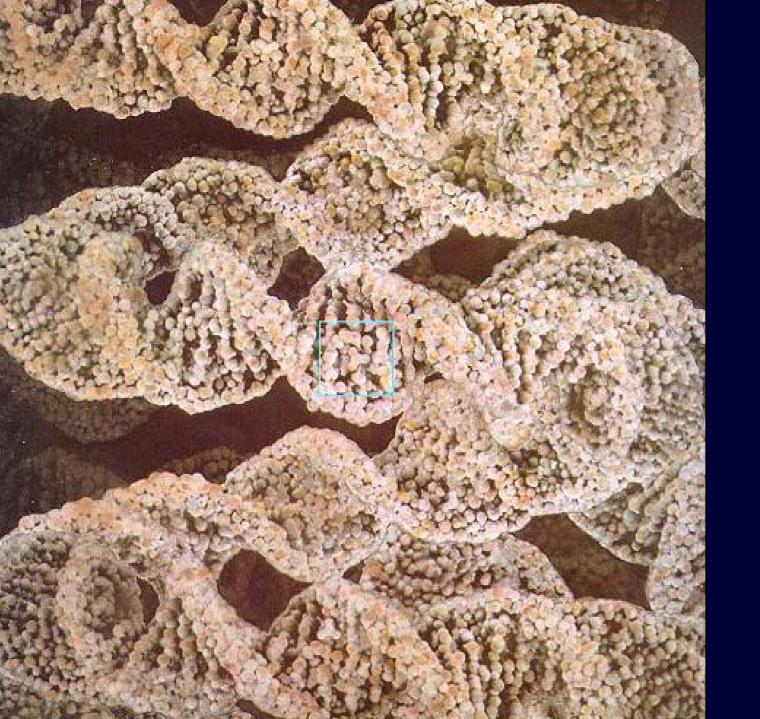


0,1 mm = 0,0001 m = 10-4 m

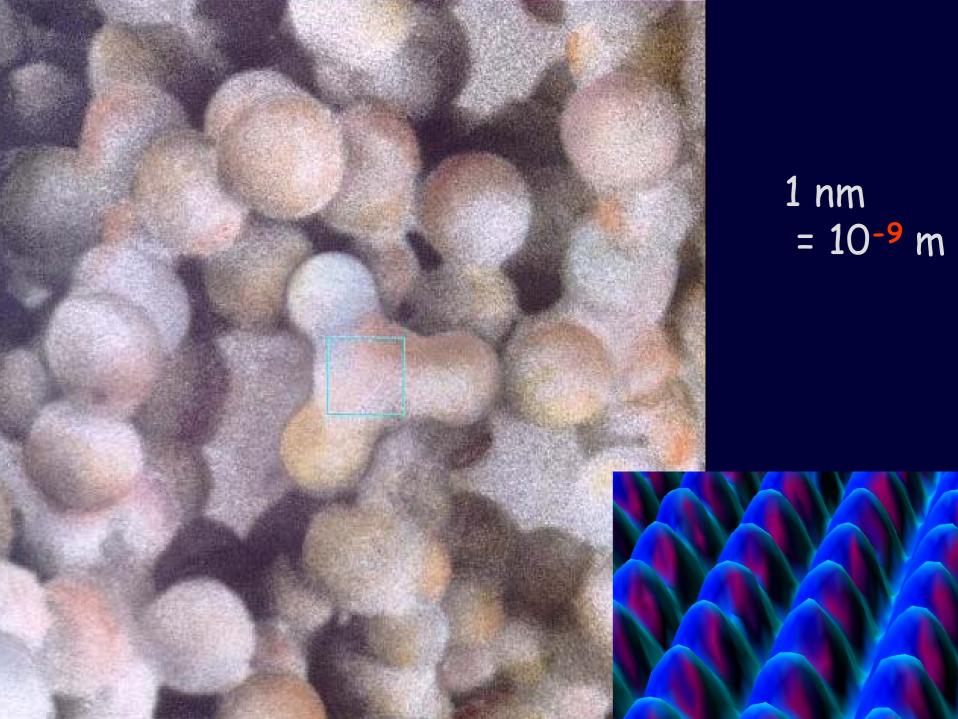


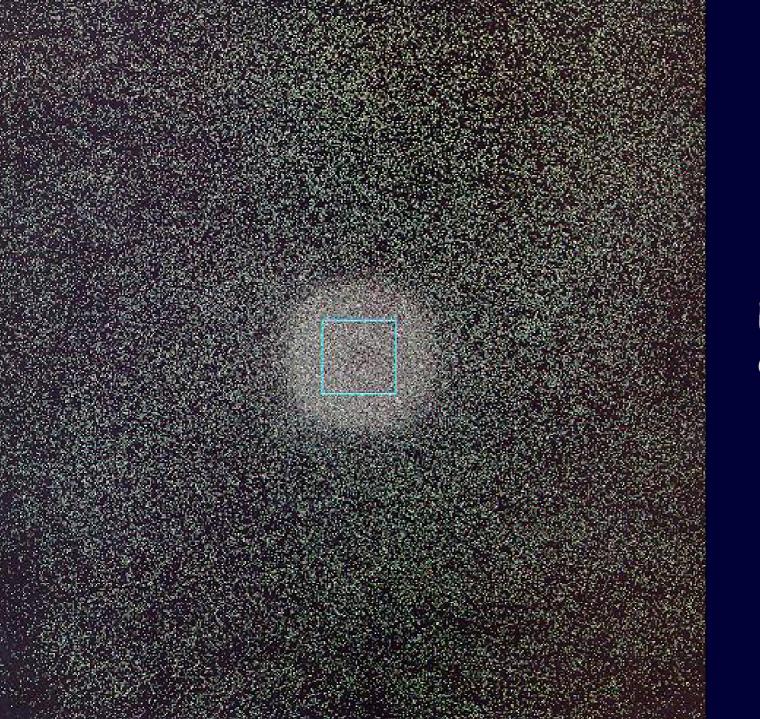


 $1 \mu m$ = 10^{-6} m



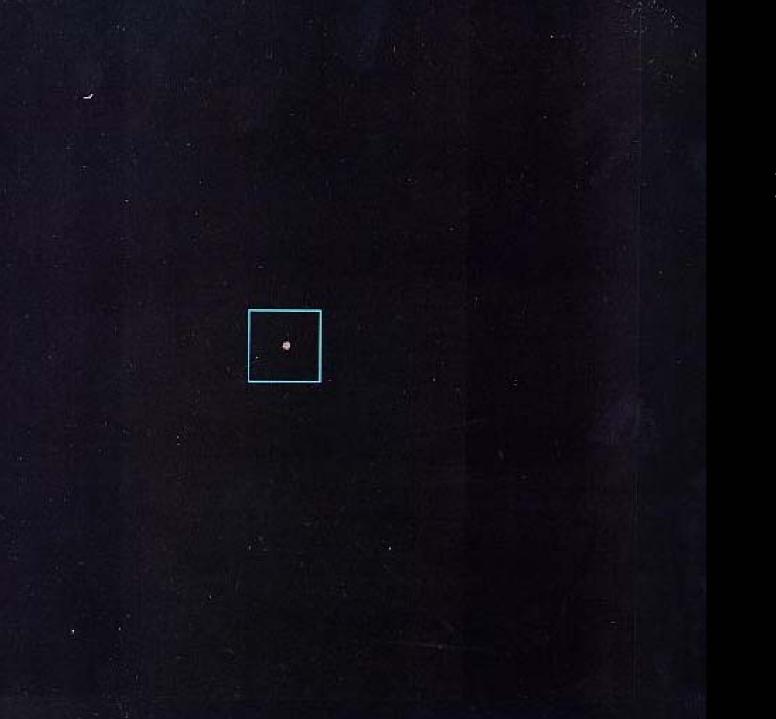
10 nm = 10⁻⁸ m



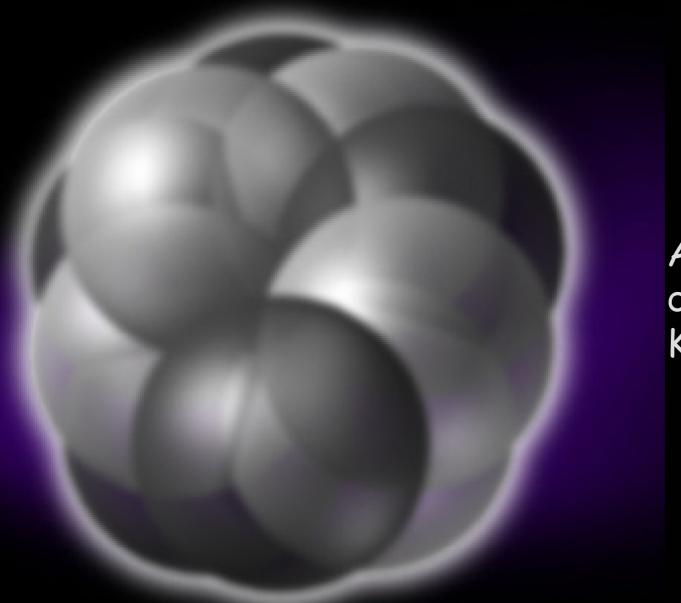


10⁻¹⁰ m

Äußere Elektronen des Kohlenstoff atoms

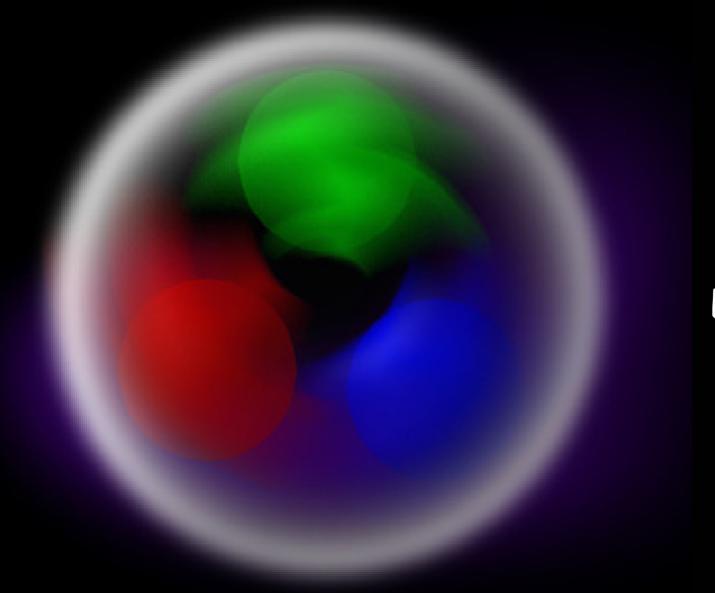


10⁻¹² m



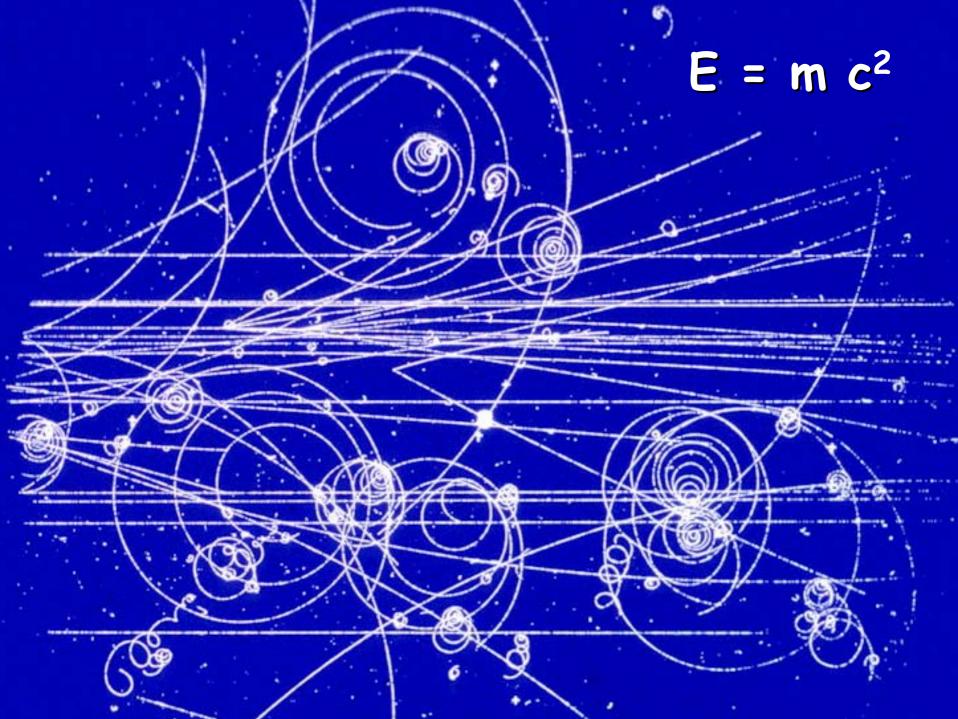
10⁻¹⁴ m

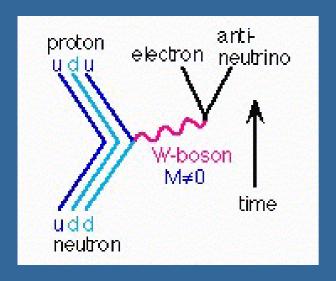
Atomkern des Kohlenstoffatoms

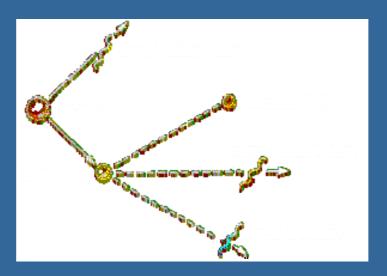


10⁻¹⁵ m

Quarks, die Bestandteile des Protons

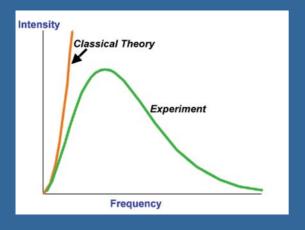


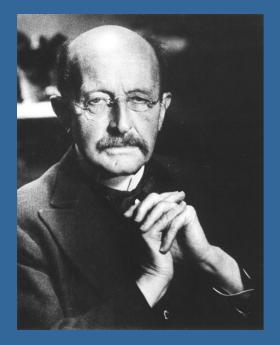




Reichweite der schwachen Kraft ~ 10⁻¹⁸m

Kleinste heute im Experiment sichtbare Längenskala: ~ 10⁻¹⁹m





14.12.1900: "Erklärung" des Spektrums eines glühenden Hohlraum

"...Das war eine rein formale Annahme, und ich dachte mir nicht viel dabei, sondern nur eben, dass ich unter allen Umständen, koste es was es wolle, ein positives Resultat herbeiführen wollte."

Max Planck 1900 Albert Einstein 1905: $E = \hbar \omega$

 $\hbar = 1.055 \times 10^{-34} \text{ kg m}^2 / \text{s}$ Darauf haben wir 200 Jahre gewartet!

 $a = 0.4818 \cdot 10^{-10} [sec \times Celsiusgrad]$

und daraus nach (57):

 $b = 6.885 \cdot 10^{-27} \text{ [erg } \times \text{sec]}.$

§ 26. Natürliche Maasseinheiten.

Alle bisher in Gebrauch genommenen physikalischen Maasssysteme, auch das sogenannte absolute C. G. S.-System, verdanken ihren Ursprung insofern dem Zusammentreffen zufälliger Umstände, als die Wahl der jedem System zu Grunde liegenden Einheiten nicht nach allgemeinen, nothwendig für alle Orte und Zeiten bedeutungsvollen Gesichtspunkten, sondern wesentlich mit Rücksicht auf die speciellen Bedürfnisse unserer irdischen Cultur getroffen ist. So sind die Einheiten der Länge und der Zeit aus den gegenwärtigen Dimensionen und der gegenwärtigen Bewegung unseres Planeten hergeleitet worden, ferner die Einheit der Masse und der Temperatur aus der Dichte und den Fundamentalpunkten des Wassers, als derjenigen Flüssigkeit, die an der Erdoberfläche die wichtigste Rolle spielt, genommen bei einem Druck, der der mittleren Beschaffenheit der uns umgebenden Atmosphaere entspricht. An dieser Willkür würde principiell auch nichts Wesentliches geändert werden, wenn etwa zur Längeneinheit die unveränderliche Wellenlänge des Na-Lichtes genommen würde. Denn die Auswahl gerade des Na unter den vielen chemischen Elementen könnte wiederum nur etwa durch sein häufiges Vorkommen auf der Erde oder etwa durch seine glänzende Doppellinie, die keineswegs einzig in ihrer Art dasteht, gerechtfertigt werden. Es wäre daher sehr wohl denkbar, dass zu einer anderen Zeit, unter veränderten äusseren Bedingungen, jedes der bisher in Gebrauch genommenen Maasssysteme seine ursprüngliche natürliche Bedeutung theilweise oder ganzlich verlieren wurde.

Dem gegenüber dürfte es nicht ohne Interesse sein zu bemerken, dass mit Zuhülfenahme der beiden in dem Ausdruck (41) der Strahlungsentropie auftretenden Constanten a und b die Möglichkeit gegeben ist, Einheiten für Länge, Masse, Zeit und Temperatur aufzustellen, welche, unabhängig von speciellen Körpern oder Substanzen, ihre Bedeutung für alle Zeiten und für alle, auch ausserirdische und

aussermenschliche Culturen nothwendig behalten und welche daher als »natürliche Maasseinheiten« bezeichnet werden können.

Die Mittel zur Festsetzung der vier Einheiten für Länge, Masse, Zeit und Temperatur werden gegeben durch die beiden erwähnten Constanten a und b, ferner durch die Grösse der Lichtfortpflanzungsgeschwindigkeit c im Vacuum und durch die der Gravitationsconstante f. Bezogen auf Centimeter, Gramm, Secunde und Celsiusgrad sind die Zahlenwerthe dieser vier Constanten die folgenden:

 $a = 0.4818 \cdot 10^{-10} [\sec \times \text{Celsiusgrad}]$ $b = 6.885 \cdot 10^{-27} \left[\frac{\text{cm}^2 \text{gr}}{\text{sec}}\right] = \mathsf{h}$ $c = 3.00 \cdot 10^{10} \left[\frac{\text{cm}}{\text{sec}}\right] = \mathsf{C}$ $f = 6.685 \cdot 10^{-5} \left[\frac{\text{cm}^3}{\text{gr. sec}^2}\right]^1 = \mathsf{G}$

Wählt man nun die »natürlichen Einheiten« so, dass in dem neuen Maasssystem jede der vorstehenden vier Constanten den Werth 1 annimmt, so erhält man als Einheit der Länge die Grösse:

$$\sqrt{\frac{bf}{c^3}} = 4.13 \cdot 10^{-33} \, \text{cm}$$

als Einheit der Masse:

$$\sqrt{rac{ar{bc}}{f}}=5.56\cdot 10^{-5} \mathrm{gr},$$

als Einheit der Zeit:

$$V^{\frac{\overline{bf}}{5}} = 1.38 \cdot 10^{-43} \, \text{sec}$$

als Einheit der Temperatur:

$$a\sqrt{\frac{c^5}{bf}} = 3.50 \cdot 10^{32}$$
° Cels.

Diese Grössen behalten ihre natürliche Bedeutung so lange bei, als die Gesetze der Gravitation, der Lichtfortpflanzung im Vacuum und die beiden Hauptsätze der Wärmetheorie in Gültigkeit bleiben, sie müssen also, von den verschiedensten Intelligenzen nach den verschiedensten Methoden gemessen, sich immer wieder als die nämlichen ergeben.

¹ Diese Berichte, Sitzung vom 27. April 1899.

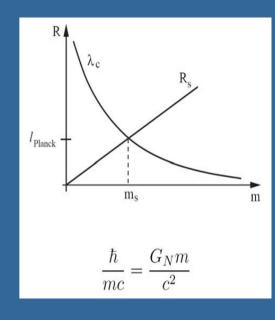
¹ F. RICHARZ und O. KRIGAR-MENZEL, Anhang zu den Abhandlungen dieser Akademie vom Jahre 1898 S. 110, im Auszug: Wied. Ann. 66, S. 190, 1898.

Physik light II: Die Planck-Skala

$$m_{Planck} = (\hbar c/G_N)^{1/2} = 2.18 \times 10^{-8} \text{ kg}$$

$$I_{Planck} = (\hbar G_N / c^3)^{1/2} = 1.62 \times 10^{-35} \text{ m}$$

$$t_{Planck} = (\hbar G_N/c^5)^{1/2} = 5.39 \times 10^{-44} \text{ s}$$



In der Planckwelt: Krümmungsradius $R \approx I_{Planck}$ Comptonlänge $\lambda_c = \hbar/mc \approx I_{Planck}$

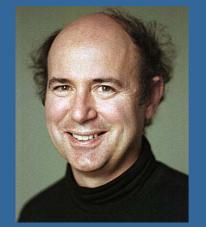
Raum-Zeit-Schaum aus Mini-Schwarze-Löcher, die sich bilden und wieder verdampfen?

William von Ockham (1285–1349)



Wesenheiten soll man nicht über Gebühr vermehren, denn es ist eitel, etwas mit mehr zu erreichen, was mit weniger zu erreichen möglich ist.

 $\Rightarrow \hbar, G_N, c!$



Frank Wilczeks Rezept für die Welt





Masse des Elektrons:

elektrische Ladung:

Fermi-Konstante:

Farbladung:

Gravitation:

 $m_e = 0.9 \times 10^{-30} \text{kg}$

 $\alpha_e = e^2/\hbar c = 1/137$

 $\alpha_{\rm w} = G_{\rm E} \, {\rm m_e}^2 \, / \hbar c \sim 10^{-11}$

 $\alpha_{\rm s} \approx 1$

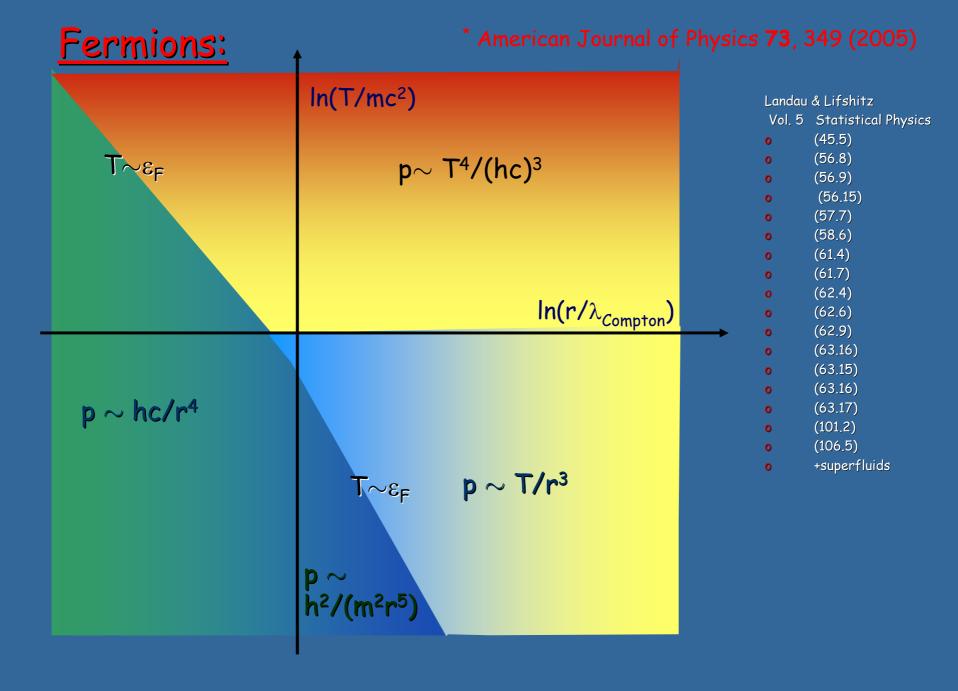
 $\alpha_{\rm G} = G_{\rm N} \, {\rm m_s}^2 / \hbar c \sim 1.7 \times 10^{-45}$

Physik light III GN. c. h. + me. ae. aw. as



$$1/\alpha_{e\downarrow}$$

$$r_{B} \sim \frac{\hbar^{2}}{m_{e}e^{2}Z} = \frac{\hbar c}{e^{2}} \frac{\hbar}{m_{e}c} \frac{1}{Z} \sim 10^{-11} m$$



Physik light IV GN, c, h, + me, ae, aw, as

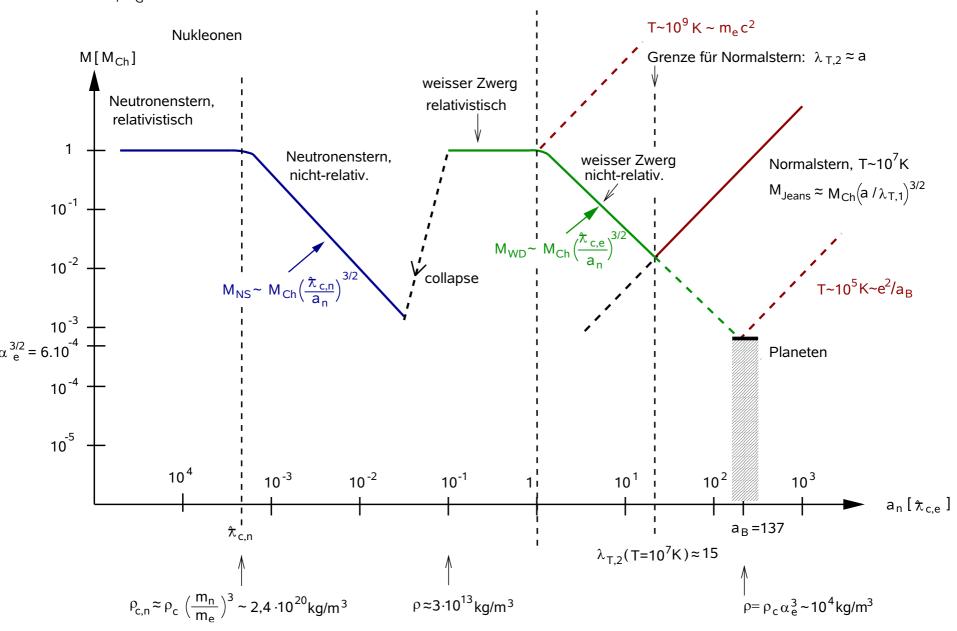
Wie groß ist ein Stern?

Gravitationsdruck < Gasdruck

$$p_G \sim \frac{G_N M^2}{R \cdot R^3}$$
 , $p_k \sim \frac{1}{r^3} (T + \frac{\hbar^2}{m_e r^2} + \frac{\hbar c}{r})$
 $R \sim N^{1/3} r, \ M = N m_p$

$$M_{\text{Stern}} < m_{\text{Planck}} (m_{\text{Planck}} / m_p)^2 \sim 3.8 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$m_{Planck} = (\hbar c/G_N)^{1/2}$$



Physik light V

 \mathcal{E}_{N} , c, \hbar , + m_{e} , α_{e} , α_{w} , α_{s}

Wie groß ist ein Planet: Gravitationsdruck < 1/Kompressibilität

$$p_G \sim \frac{G_N M^2}{R \cdot R^3}$$
 ($p_k \sim \frac{e^2}{r^4}$

$$R \sim N^{1/3}r, \ M = Nm_p$$

$$\mathcal{M}_{Planet} < \alpha_e^{3/2} \mathcal{M}_{Stern}$$

$$\sim$$
2,4 × 10²⁷ kg

Physik light II-V

$$G_N$$
, c, \hbar , + m_e , α_e , α_w , α_s

$$\rightarrow$$

$$E_{Ryd}/c^2 = m_e \alpha_e^2$$

$$\sim$$
4,8 × 10⁻³⁵ kg

$$M_{\text{Stern}} < m_{\text{Planck}} (m_{\text{Planck}} / m_{\text{p}})^2 \sim 3.8 \times 10^{30} \text{ kg}$$

$$\mathcal{M}_{\text{Planet}}$$
 < $\alpha_{\text{e}}^{3/2}\mathcal{M}_{\text{Stern}}$

$$\sim$$
2,4 × 10²⁷ kg

$$\mathcal{M}_{Galaxie}$$
 < α_e^{5} m_{Planck} $^4/$ m_p $^{5/2}$ m_e $^{1/2}$ ~ 4,5 × 10⁴¹ kg

Physik light VI: Mstern >> mplanck da mplanck /mp ~ 1019!

⇒ Warum ist das Proton so leicht?

"Quantenchromodynamik light" mp ~ EBindung /c2

Betrachte der Einfacheit halber Meson als Bindungszustand zweier Quarks, vernachlässige die Quarkmassen, Mesonenmasse kommt aus Bindungsenergie = kinetische +potentielle Energie (die Abschätzung für Protonen, die aus 3 Quarks bestehen, verläuft analog).

$$E_B \sim \frac{c\hbar}{r} - \frac{g^2(r)}{r} = \frac{c\hbar}{r} (1 - \alpha_S(r))$$
 $\hbar/c = m_{Planck} \times I_{Planck}$ $m_B \sim E_B /c^2 = m_{Planck} \times I_{Planck} /r \times [1 - \alpha_s(r)]$

Es ist wie beim Atom: die Lage des Minimums bestimmt die Masse, in unserem Fall muss α von der Ordnung 1 sein, damit ueberhaupt ein Minimum auftreten kann,

Essentiell: die Farbladung g(r) ist - wie auch die elektrische und die schwache Ladung - abstandsabhängig: Durch Entstehung virtueller Fermionen (z.B. Quarks, Elektronen) und Bosonen (z.B. Gluonen) wird das "Vakuum" zwischen den Ladungen polarisiert. Bei der elektromagnetischen Wechselwirkung führt dies zur Abschirmung der Ladung durch Elektron-Positron-Paare, die Ladung nimmt mit dem Abstand bis hin zur Comptonlänge ab.

Bei der starken Wechselwirkung kommt es zur Abschirmung durch Quarks und zur Anti-Abschirmung durch die Gluonen, dabei dominiert die letztere: die effective Farbladung nimmt mit dem Abstand zu. Umgekehrt wird sie auf kleinen Skalen immer schwächer, dieses Verhalten nennt man asymptotische Freiheit:



 $\alpha_s(r) \approx 1/\ln(a/r)$

 $r < a \approx 10^{-15} m$



Asymptotische Freiheit: Fortsetzung

$$\alpha_s(r) \approx 1/\ln(a/r)$$
 $r < a \approx 10^{-15}$ m





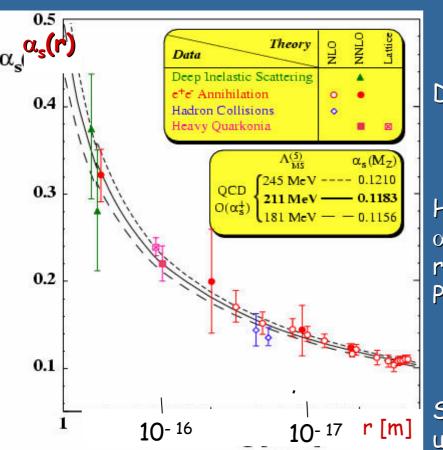
Die Bedingung $\alpha_s(r_s)$ =1 lässt sich schreiben als

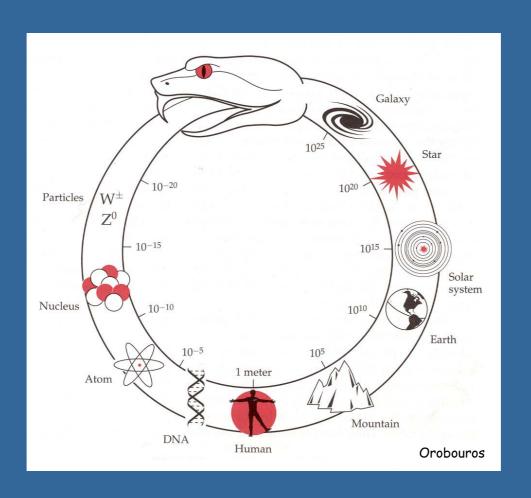
$$r_s \approx l_{Planck} \exp[1/\alpha_s(l_{Planck}) - 1].$$

Hätte daher Gott $\alpha_s(l_{Planck}) \approx 0.0250$ statt $\alpha_s(l_{Planck}) \approx 0.0217$ gewählt, dann wäre $r \approx 8.66 \; 10^{-19} m$ und das Meson (und analog das Proton) hätte eine Masse von

$$m_M = m_{Planck} \times I_{Planck} / r \approx 10^{-17} m_{Planck}$$

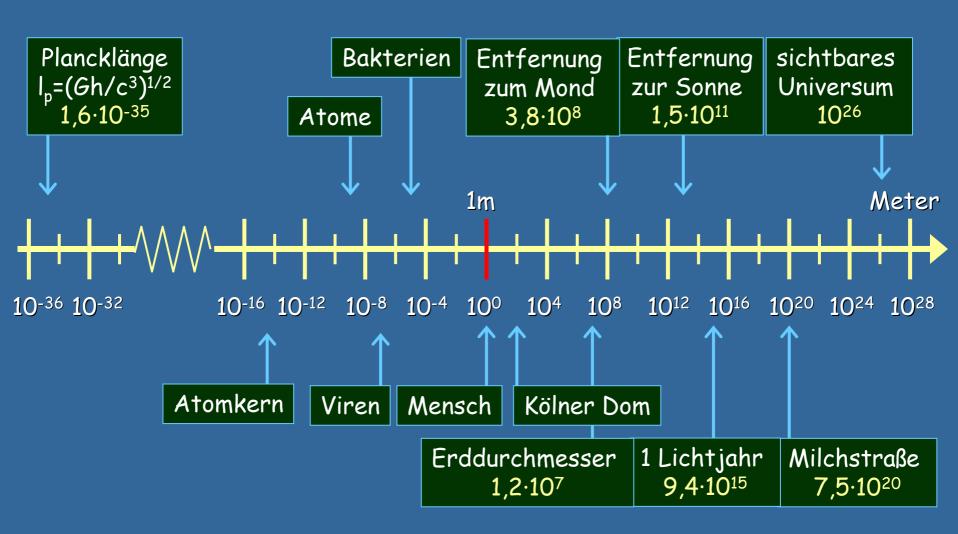
Sterne wären dann 10 000 mal kleiner als in unserem Universum und wir vermutlich nicht da!!



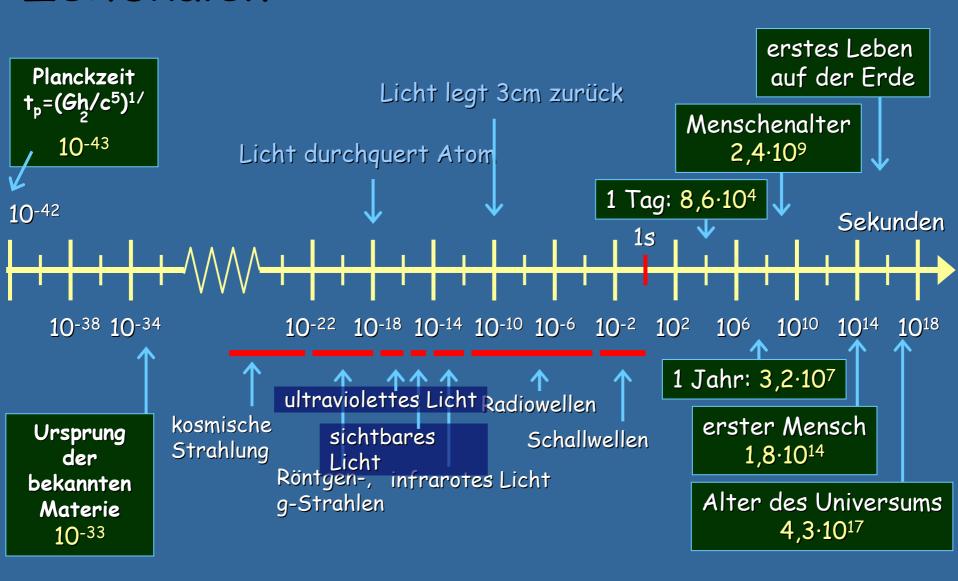


THE END

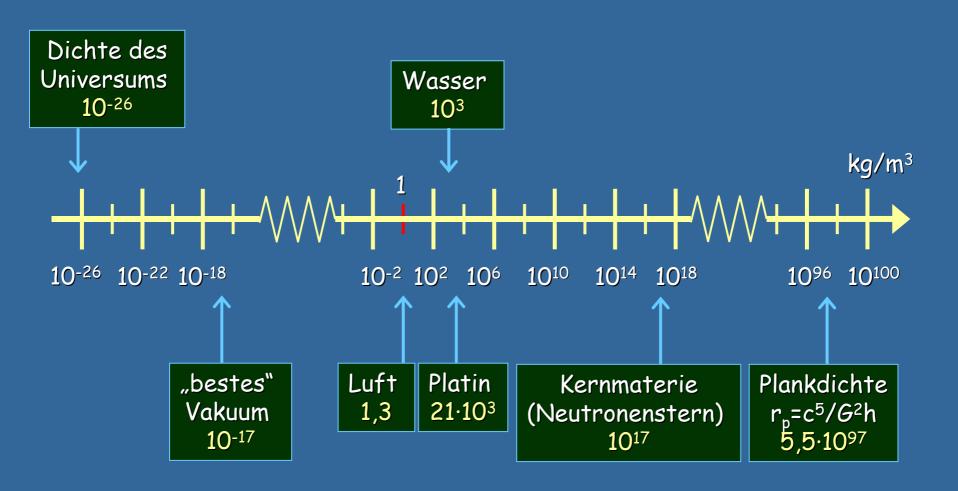
Längenskalen (logarithmische Darstellung)



Zeitskalen



Massendichte



Komplexität (Anzahl)

