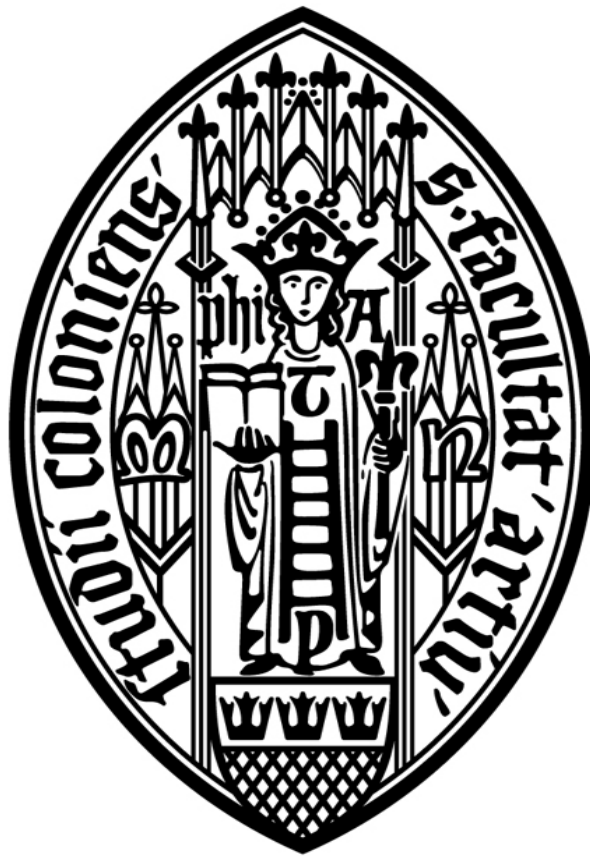


Institut für Theoretische Physik

Universität zu Köln

Einfluss der Magnetfeldorientierung auf dünne
Schichten chiraler Magnete



Bachelorarbeit

Erstprüfer Prof. Dr. Achim Rosch

Zweitprüfer Prof. Dr. Simon Trebst

Eingereicht von Christian Faber

Matrikelnummer 5737087

Juni 2016, Köln

Inhaltsverzeichnis

1 Einleitung	5
1.1 Strukturen in chiralen Magneten	5
1.2 Motivation	6
1.3 Modell und Energie	7
1.4 Landau-Lifshitz-Gilbert Gleichung	9
1.5 Simulation	9
2 Polarierte Phase	11
2.1 Ausrichtung der Magnetisierung	11
2.2 Magnonen	11
3 Helisch/Konische Phase	15
4 Isoliertes Skyrmion	19
4.1 Magnetfeld Kippwinkel $\phi = 0^\circ$	19
4.2 Magnetfeld Kippwinkel $\phi = 40^\circ$	21
5 Skyrmion Wechselwirkung	25
5.1 Zwei Skyrmion Wechselwirkung	25
5.2 Skyrmionlinien Wechselwirkung	29
6 Skyrmiongitter Phase	31
6.1 Übergang polarisierte Phase zur Skyrmiongitterphase	31
6.2 Übergang Skyrmiongitterphase zur helisch/konischen Phase	32
7 Fazit und Ausblick	35
A Abbildungen	37
B Konventionen	39
Literaturverzeichnis	42
Danksagung und Selbstständigkeitserklärung	43

1 Einleitung

In der folgenden Bachelorarbeit sollen magnetische Strukturen in chiralen Magneten bei Temperatur $T = 0$ untersucht werden. Dafür werden die unterschiedlichen thermodynamischen Grundzustände erst jeweils vorgestellt, speziell für den Fall gekippter Magnetfelder die Phasenübergänge bestimmt und im Besonderen die Skyrmion-Skyrmion Wechselwirkung untersucht.

1.1 Strukturen in chiralen Magneten

Als chiralen Kristall bezeichnet man einen Kristall, der keine Inversionssymmetrie besitzt. Abbildung 1.1 zeigt als Beispiel für Chiralität Mangan-Silizium, welches Forschungsobjekt vieler Experimentatoren ist[2]. Durch die fehlende Inversionssymmetrie treten zusätzliche Terme in der Energie auf (siehe Abschnitt 1.3), die zu neuen thermodynamisch stabilen Phasen im Magneten führen können. Im Folgenden werden alle im MnSi gefunden Phasen der Magnetisierung kurz charakterisiert. Ändert sich die Magnetisierung \mathbf{M} nicht mit der räumlichen Variation, spricht man von der polarisierten oder ferromagnetischen Phase. Die helische Phase zeichnet sich durch senkrecht zur Ausbreitungsrichtung $\hat{\mathbf{k}}$ stehender Magnetisierung \mathbf{M} aus, in der konischen Phasen steht $\hat{\mathbf{k}}$ parallel zu einem angelegten Magnetfeld \mathbf{B} (siehe Abb. 1.2). Die ersten experimentellen Nachweise der helisch/konischen Phasen in MnSi wurden in den 70er Jahren durch Neutronenstreuung erbracht[3].

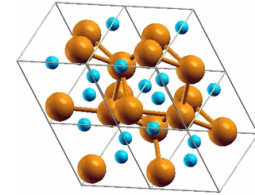


Abb. 1.1: Kristallstruktur von MnSi [1]

Eine weitere Phase wurde theoretisch durch *Bogdanov* im Jahr 1994 vorausgesagt[5]. Durch Wechselwirkungen im Magneten sollten Wirbel entstehen, welche wiederum eine hexagonale Struktur ausbilden. Erst im Jahr 2009 konnten *Mühlbauer et al.*, mittels Neutronenstreuung, eine stabile Phase in MnSi mit hexagonaler Struktur (siehe Abb. 1.3) nachweisen[2]. Mit einem Lorentz-Transmissions-Elektronen-Mikroskop gelang ein Jahr später *Yu et al.* eine Realraum-Aufnahme

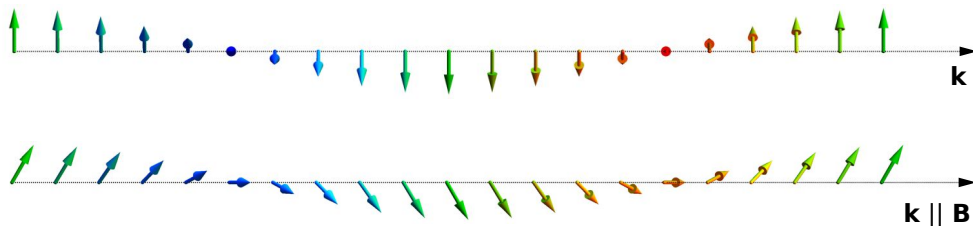


Abbildung 1.2: Vergleich einer helischen und einer konischen Struktur[4].

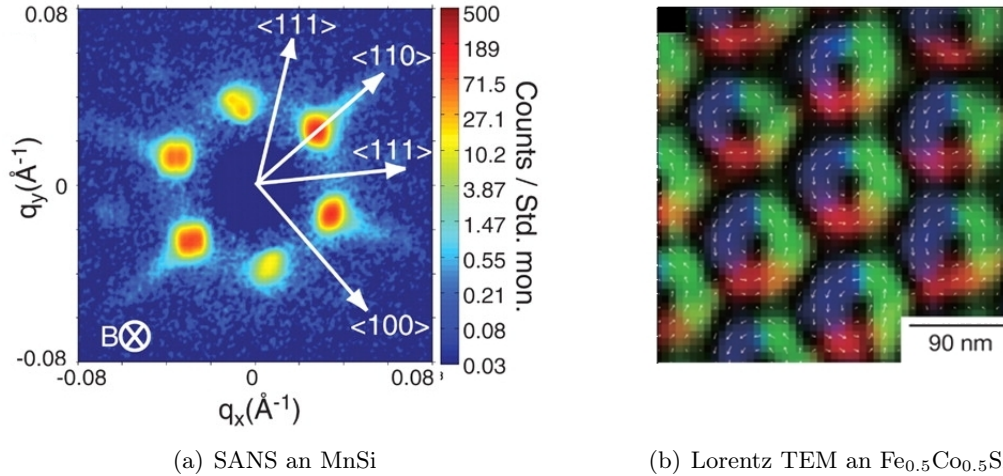


Abbildung 1.3: (a) Experimentelles Ergebnis der Small-Angle-Neutronen Streuung mit den sechs Streupeaks im reziproken Raum[2]. (b) Experimentelles Ergebnis der Lorentz-Transmissions-Elektronenmikroskopie im Realraum[6].

der Magnetisierungswirbel[6]. Die Magnetisierungswirbel wurden nach *Tony Skyrme* benannt, der erstmals 1960 die Möglichkeit topologisch geschützter (Quasi-)Teilchen in der Kernphysik voraussagte[7]. Die Abbildungen 1.3 zeigen die beiden experimentellen Nachweise der stabilen Skyrmionengitterphase. Seit diesen Nachweisen ist ein reges Interesse an der Erforschung der Skyrmionen entbrannt, da sie aufgrund ihrer kleinen Abmessung und leichten Manipulierbarkeit Kandidaten für neue effizientere Speichersysteme sind[8, 9].

Skyrmionen können unterschiedliche Magnetisierungskonfigurationen haben[7]. In der Abbildung 4.1 sind zwei Simulationen solcher Skyrmiontypen dargestellt. Dabei weist bei beiden Typen die zentrale Magnetisierung antiparallel zum polarisierten Untergrund. Detailliert werden die Eigenschaften und Strukturen der einzelnen Phasen im Hauptteil der Arbeit vorgestellt.

1.2 Motivation

Um die einzelnen Phasen zu stabilisieren, legten Forscher ein externes Magnetfeld \mathbf{B} an die Probe an. Somit konnte ein B - T -Phasendiagramm für die Probe erstellt werden (vergleiche hierzu auch [2]). Es zeigte sich, dass in dünnen Schichten schon bei $T = 0$ und endlichem, senkrecht zur Oberfläche stehendem, Magnetfeld, Skyrmionen der thermodynamisch stabile Grundzustand sein können, was in 3D Materialien nicht der Fall ist, und im Einklang mit den theoretischen Vorhersagen steht. Ferner zeigte sich in theoretischen Abhandlungen, dass Skyrmionen unter senkrechtem Magnetfeld stets repulsiv sind. *Lin* und *Saxena* gingen einen anderen Weg und simulierten eine dünne Schicht mit gekipptem Magnetfeld[10]. In ihren Simulationen beobachteten sie, dass sich einerseits die Skyrmionen verformten und andererseits Ketten bildeten. Sie führten diese Kettenbildung auf die Anisotropie der repulsiven Wechselwirkungen der Skyrmionen untereinander zurück, d.h. in die eine Richtung stoßen sich Skyrmionen weniger stark ab als in die andere.

Mit diesem Wissen stellen sich zwei mögliche Aufgabenstellungen:

1. Wie sieht das Skymion-Skymion Potential aus?
2. Wie verändern sich die Phasengrenzen unter Kippung des Magnetfeldes?

Diese beiden Fragen sollen im Rahmen dieser Arbeit beantwortet werden. Insbesondere ist bei (1) zu untersuchen, ob das Potential durchgehend repulsiv ist, oder ob sich attraktive Täler ausbilden und wie sich das Potential unter Kippung des Magnetfeldes verhält. Beide Punkte werden mittels Computersimulationen bei konstanter Temperatur $T = 0$ untersucht.

Um die Fragestellungen zu beantworten, werden wir im Folgenden die benötigten Formeln und Grundlagen sowie das genutzte Modell kurz erläutern. In Kapitel 2 wird die polarisierte Phase untersucht und deren Energie sowie Anregungsspektrum. In Kapitel 3 widmen wir uns dann der helisch/konischen Phase und bestimmen numerisch den Phasenübergang von polarisierter zu helisch/konischer Phase für das B - ϕ -Phasendiagramm. In den Kapiteln 4 bis 6 werden wir Skymionen untersuchen. Dabei werden wir uns mit dem allgemeinen Aussehen eines einzelnen Skymions unter dem Einfluss verschiedener Magnetfelder beschäftigen, darauf aufbauend das Skymion-Skymion Potential sowie das Skymionlinienpotential untersuchen und zum Schluss den Phasenübergang des Skymiongitters zur polarisierten und zur helisch/konischen Phase betrachten.

1.3 Modell und Energie

Unterschiedliche Mechanismen können für die Bildung von Skymionen verantwortlich sein[7]:

1. langreichweitige magnetische Dipolwechselwirkungen
2. Dzyaloshinskii-Moriya Wechselwirkung
3. frustrierte Austauschwechselwirkung
4. Vier-Spin Austauschwechselwirkung

In den Fällen (3) und (4) ist das Skymion von derselben Größenordnung wie die Gitterkonstante. Daher werden wir uns auf die Dzyaloshinskii-Moriya Wechselwirkung beschränken, welche bei chiralen Materialien auftreten kann. Da die Größe der Skymionen in diesem Fall bei 5-100 nm liegt[7] und somit weit über typischen Gitterkonstanten, können wir das System mit einem Kontinuumsmodell beschreiben[7].

Um die oben genannten Fragestellungen zu untersuchen, lassen sich noch folgende Vereinfachungen vornehmen: Wir gehen von einem dünnen Film aus, so dass der Raum Ω nur eine Ausbreitung in der x - y -Ebene hat. Statt die Konfiguration aller klassischen Spins \mathbf{s}_i zu betrachten, nutzen wir die Eigenschaft, dass die Spins ein magnetisches Moment $\mathbf{m}_i \propto \mathbf{s}_i$ erzeugen. Diese diskreten lokalen magnetischen Momente können wir in das kontinuierliche Feld der Magnetisierung $\mathbf{M}(\mathbf{r})$ überführen. Ferner untersuchen wir ein System bei $T = 0$. Da die Addition einer Konstanten zur Energie auf die Physik des System keinen Einfluss hat, können wir $M \equiv 1$ setzen. Aus der Magnetisierung können wir die Windungszahl $W = (4\pi)^{-1} \int d^2\mathbf{r} \mathbf{M}(d_1\mathbf{M} \times d_2\mathbf{M})$ bestimmen[11], die bei Skymionen eine ganze Zahl ist und Unterscheidbarkeit von beispielsweise Blasen der

Magnetisierung ermöglicht[7]. Das Energiefunktional lässt sich mit angelegtem Magnetfeld \mathbf{B} schreiben als[12, 7]

$$F[\mathbf{M}] = \int_{\Omega} d^2\mathbf{r} \underbrace{\frac{J}{2}(\nabla\mathbf{M})^2}_{\text{Term 1}} + \underbrace{D \mathbf{M}(\nabla \times \mathbf{M})}_{\text{Term 2}} - \underbrace{\mathbf{B} \cdot \mathbf{M}}_{\text{Term 3}}, \quad (1.1)$$

wobei $(\nabla\mathbf{M})^2 \equiv (\partial_i M_j)^2$. Term 1 ist der ferromagnetische Anteil, der unter Minimierung von (1.1) die Magnetisierung parallel ausrichtet. Term 3 sorgt für die Ausrichtung entlang des angelegten Magnetfeldes und Term 2 ist der, durch Dzyaloshinskii-Moriya Wechselwirkung hervorgerufene, zusätzliche Term. Dieser sorgt für eine Verdrillung der Magnetisierung und somit der Ausbildung helisch/konischer- und Skyrmionstrukturen. Hierbei sei angemerkt, dass unterschiedliche Arten von Dzyaloshinskii-Moriya Wechselwirkungen existieren. Allgemein lässt sich der Energiebeitrag schreiben als[5, 12]

$$F_{\text{DMI}} = F_{\text{DMI}}^{\text{inter}} + F_{\text{DMI}}^{\text{chiral}} = D^{\text{inter}}(M_{\alpha} \partial_{\alpha} M_3 - M_3 \partial_{\alpha} M_{\alpha}) + D(\varepsilon_{i\alpha j} M_i \partial_{\alpha} M_j). \quad (1.2)$$

Allerdings werden wir in dieser Arbeit hauptsächlich den chiralen Anteil untersuchen. Nur in Kapitel 4 wird auf $D^{\text{inter}} \neq 0$ eingegangen. Schreiben wir (1.1) in Indexnotation, erhalten wir

$$F[\mathbf{M}] = \int_{\Omega} d^2\mathbf{r} \frac{J}{2}(\partial_{\alpha} M_j)^2 + D \varepsilon_{i\alpha j} M_i(\partial_{\alpha} M_j) - B_i M_i. \quad (1.3)$$

Wenn eine Magnetisierungskonfiguration \mathbf{M} im Raum Ω stabil ist, dann gilt $\frac{\delta F[\mathbf{M}]}{\delta \mathbf{M}} = 0$.

1.3.1 Reskalierung

Im Folgenden werden wir (1.3) für unsere Zwecke modifizieren. Da eine stabile Phase gesucht wird, können wir (1.3) mit einer Konstanten strecken und stauchen. Stauchen wir um J und schreiben $r_{\alpha} = \tilde{r}_{\alpha} (J/D)$, dann erhalten wir

$$\frac{F[\mathbf{M}]}{J} = \int_{\Omega} d^2\tilde{\mathbf{r}} \left(\frac{J}{D} \right)^2 \left[\left(\frac{D}{J} \right)^2 (\partial_{\alpha} M_j)^2 + \left(\frac{D}{J} \right)^2 \varepsilon_{i\alpha j} M_i(\partial_{\alpha} M_j) - \frac{B_i}{J} M_i \right]. \quad (1.4)$$

Multiplizieren wir die Gleichung aus, ersetzen $F[\mathbf{M}] J^{-1} \equiv \tilde{F}[\mathbf{M}]$ und $\mathbf{B} J/D^2 \equiv \tilde{\mathbf{B}}$, dann ist

$$\tilde{F}[\mathbf{M}] = \int_{\Omega} d^2\tilde{\mathbf{r}} \frac{1}{2}(\partial_{\alpha} M_j)^2 + \varepsilon_{i\alpha j} M_i(\partial_{\alpha} M_j) - \tilde{B}_i M_i \equiv \int_{\Omega} d^2\tilde{\mathbf{r}} \mathcal{E} \quad (1.5)$$

das im Folgenden benutzte Energiefunktional. Aus Gründen der Lesbarkeit wird im Folgenden auf die Tilde verzichtet.

1.4 Landau-Lifshitz-Gilbert Gleichung

Um die zeitliche Entwicklung der Magnetisierung beschreiben zu können, betrachten wir die einzelnen Drehmomente, die auf die Magnetisierung wirken (siehe Abb. 1.4). Zum einen das Drehmoment $\propto \mathbf{M} \times \mathbf{B}_{\text{eff}}$, welches zur Präzession um das effektive Magnetfeld $\mathbf{B}_{\text{eff}} = -\delta F / \delta \mathbf{M}$ führt[12], zum anderen einen Dämpfungsterm $\propto \mathbf{M} \times \partial_t \mathbf{M}$. Der Dämpfungsterm verringert den Präzessionswinkel kontinuierlich bis die Magnetisierung parallel zum effektiven Magnetfeld ausgerichtet ist. Zusammengesetzt ergibt sich die Landau-Lifshitz-Gilbert Gleichung[13, S. 75]:

$$\partial_t \hat{\mathbf{M}} = -\hat{\mathbf{M}} \times \mathbf{B}_{\text{eff}} + \alpha \hat{\mathbf{M}} \times \partial_t \hat{\mathbf{M}} \quad (1.6)$$

Dabei ist α die Dämpfungskonstante.

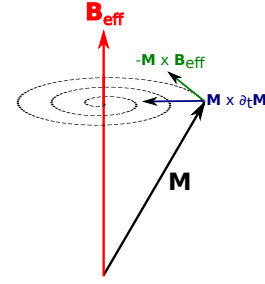


Abb. 1.4: Drehmomente in LLG: Präzession (grün), Dämpfung (blau)

1.5 Simulation

Um eine dünne Schicht simulieren zu können, diskretisieren wir die Magnetisierung auf ein Rechteckgitter mit Magnetisierungsvektoren auf den Gitterplätzen. Die Systemgröße bei periodischen Randbedingungen setzt sich aus Diskretisierungslänge a und Anzahl der Gitterplätze N zu der Fläche $\int_{\Omega} d^2 \mathbf{r} = (N_x a_x)(N_y a_y)$ zusammen.

Um die Energie eines (meta-)stabilen Zustandes bei $T = 0$ bestimmen zu können, geben wir eine anfängliche Konfiguration der Magnetisierung vor. Eine spontane Ausbildung von topologischen Strukturen, auch in der zugehörigen Phase, wäre aufgrund der zu überwindenden Energiebarriere im ausgefrorenen System nicht möglich. Anschließend lassen wir mittels Runge-Kutta-Integration von (1.6) die zeitliche Entwicklung beschreiben und regelmäßig die Energie (1.5) protokollieren, bis diese nicht weiter abfällt. Die so erhaltene Energie eines Zustandes können wir mit den Energien anderer vorgegebener Konfigurationen vergleichen. Dabei ist der Dämpfungsparameter aus (1.6) bei allen Simulationen auf $\alpha = 0.1$ gesetzt.

2 Polarisierte Phase

In einem Ferromagneten bezeichnet man als polarisierte Phase den Zustand, in dem die Magnetisierung \mathbf{M} räumlich konstant ist. Im Folgenden werden wir die Ausrichtung der Magnetisierung im Vergleich zu einem angelegten Magnetfeld \mathbf{B} untersuchen und danach das Anregungsspektrum (Magnonen) in der polarisierten Phase, analog der Gitterauslenkung bei Phononen im Festkörper, bestimmen.

2.1 Ausrichtung der Magnetisierung

Wir untersuchen die Richtung von \mathbf{M} relativ zur Ausrichtung von \mathbf{B} . Ein Zustand im Magneten ist stabil, wenn $\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = 0$. Für die polarisierte Phase gilt als definierende Eigenschaft $\partial_\alpha \mathbf{M} = 0$. Somit vereinfacht sich das Energiefunktional (1.5) zu

$$F[\mathbf{M}] = \int_{\Omega} d\mathbf{r}^2 \frac{1}{2} (\partial_\alpha M_i)^2 + \varepsilon_{i\alpha j} M_i (\partial_\alpha M_j) - \mathbf{M} \cdot \mathbf{B} = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{B} \int_{\Omega} d\mathbf{r}^2. \quad (2.1)$$

Somit ist die polarisierte Phase ein stabiler Zustand, wenn $\mathbf{M} \cdot \mathbf{B}$ maximal ist. Daher muss gelten $\mathbf{M} \parallel \mathbf{B}$.

2.2 Magnonen

Im Folgenden wollen wir die Auslenkung aus der polarisierten Phase ($\mathbf{M} \parallel \mathbf{B}$) des Ferromagneten um $\delta \mathbf{M} = (\delta M^1, \delta M^2)^T$ betrachten. Das Magnetfeld $\mathbf{B} = B (0, \sin \phi, \cos \phi)^T$ sei zeitlich und räumlich konstant, somit in der x - y -Ebene um den Winkel ϕ zur Ebenennormale $(0, 0, 1)^T$ gekippt. Die Magnetisierung lässt sich darstellen als

$$\mathbf{M} = \frac{1}{\sqrt{1 + (\delta M^1)^2 + (\delta M^2)^2}} \left[\hat{\mathbf{B}} + \delta M^1 \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \delta M^2 \begin{pmatrix} 0 \\ \cos \phi \\ -\sin \phi \end{pmatrix} \right]. \quad (2.2)$$

Aus dem Energiefunktional (1.5) ergibt sich für \mathbf{B}_{eff}

$$-\mu \mathbf{B}_{\text{eff}} = \frac{\delta E}{\delta \mathbf{M}} = \begin{pmatrix} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial M_1} - \partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial (\partial_\alpha M_1)} \\ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial M_2} - \partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial (\partial_\alpha M_2)} \\ \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial M_3} - \partial_\alpha \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial (\partial_\alpha M_3)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2\partial_2 M_3 - \partial_1^2 M_1 - \partial_2^2 M_1 \\ -2\partial_1 M_3 - B_2 - \partial_1^2 M_2 - \partial_2^2 M_2 - \partial_1 M_3 \\ 2\partial_1 M_2 - 2\partial_2 M_1 - B_3 - \partial_1^2 M_3 - \partial_2^2 M_3 \end{pmatrix}. \quad (2.3)$$

Die zeitliche Entwicklung der Magnetisierung \mathbf{M} , insbesondere von $\delta \mathbf{M}$, wird durch die Landau-Lifshitz-Gilbert Gleichung beschrieben. Setzen wir (2.2) und (2.3) in (1.6) ein, und nehmen ferner

an, dass $\delta M^{1,2} \ll 1$ und $\alpha = 0$ ist, folgt nach Taylor-Entwicklung in linearer Ordnung

$$\partial_t \mathbf{M} = \frac{\gamma}{\mu} \begin{pmatrix} -B \delta M^2 - 2 \sin \phi (\partial_2 \delta M^1) + (\partial_2^2 \delta M^2) + (\partial_1^2 \delta M^2) \\ (-B \delta M^1 + 2 \sin \phi (\partial_2 \delta M^2) + (\partial_2^2 \delta M^1) + (\partial_1^2 \delta M^1))(-\cos \phi) \\ (-B \delta M^1 + 2 \sin \phi (\partial_2 \delta M^2) + (\partial_2^2 \delta M^1) + (\partial_1^2 \delta M^1))(\sin \phi) \end{pmatrix}. \quad (2.4)$$

Nach Fourier-Transformation

$$\delta M^{1,2}(\mathbf{r}, t) = c \int_{\mathbb{R}^2} d\mathbf{k} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \delta \mathcal{M}^{1/2}(\mathbf{k}, \omega) e^{i(\mathbf{k}\mathbf{r} - \omega t)}, \quad (2.5)$$

und Ausnutzen der linearen Unabhängigkeit der Fourier-Basis, erhalten wir folgende Eigenwertgleichung, wobei auf die explizite Nennung der Abhängigkeiten verzichtet wurde:

$$i\omega' \delta \mathcal{M} = \begin{pmatrix} -i2 k_2 \sin \phi & -(B + k_1^2 + k_2^2) \\ B + k_1^2 + k_2^2 & -i2 k_2 \sin \phi \end{pmatrix} \delta \mathcal{M}. \quad (2.6)$$

Dabei ist $\omega' := \omega\mu/\gamma$ und die triviale Lösung entspricht der vollständig polarisierten Phase des Ferromagneten. Als Eigenwerte erhalten wir $\omega'_{\pm}(\mathbf{k}) = \pm(B + k_1^2 + k_2^2 \mp 2k_2 \sin \phi)$, wobei wir uns auf $\omega' := \omega'_+$ beschränken. Analog zu Phononen im Festkörper ist ω' proportional zur Energie der Magnetisierungsanregung (Magnon). Ein Minimum ist bei $\mathbf{k}_{\min} = (0, \sin \phi)^T = (0, \frac{2\pi}{\lambda_{\min}})^T$ mit

$$\omega'(\mathbf{k}_{\min}) = \omega'_{\min} = B - \sin^2 \phi. \quad (2.7)$$

Einsetzen des Eigenvektors $\delta \mathcal{M} = (i, 1)^T$ in (2.5) an der Stelle \mathbf{k}_{\min} liefert

$$\delta \mathcal{M}(\mathbf{r}, t) = c \begin{pmatrix} e^{i(r_2 \sin \phi - t(B - \sin^2 \phi) + \pi/2)} \\ e^{i(r_2 \sin \phi - t(B - \sin^2 \phi))} \end{pmatrix}. \quad (2.8)$$

In Abbildung 2.1 ist die räumliche Entwicklung von \mathbf{M} in der x - y -Ebene dargestellt, die eine konische Struktur bildet. Für $\omega'(\mathbf{k}_{\min}) = 0$ ist eine Magnonbildung energetisch genauso sinnvoll wie die vollständig polarisierte Phase des Ferromagneten. Daher lässt sich eine kritische Magnetfeldstärke B_c definieren:

$$B_c = \sin^2 \phi \quad (2.9)$$

Für $B < B_c$ sollten sich spontan Magnonen in der polarisierten Phase ausbilden, demnach wäre B_c der Phasenübergang von polarisierter zu konischer Phase.

Die genauen Phasenübergänge der helischen und konischen Phase werden wir im nächsten Kapitel analysieren und mit unserer Rechnung von B_c vergleichen.

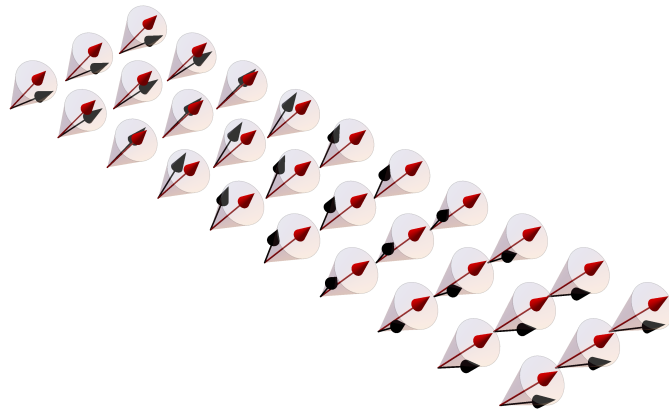


Abbildung 2.1: Darstellung der Magnetisierung (schwarz) und des Magnetfeldes (**rot**) auf 3x10 Gitterplätzen in der x - y -Ebene für $\phi = 40^\circ$.

3 Helisch/Konische Phase

Die helische und konische Phase sind spiralförmige Anordnungen der Magnetisierung \mathbf{M} , die durch den Dzyaloshinskii-Moriya Term im Energiefunktional (1.5) ausgebildet werden (siehe auch Abb. 1.2). Wie bereits in Kapitel 1 besprochen kennzeichnet die helische Phase eine Ausbreitungsrichtung $\hat{\mathbf{k}}$ senkrecht zur Magnetisierung \mathbf{M} und die konische Phase ein $\hat{\mathbf{k}}$ parallel zum angelegten Magnetfeld \mathbf{B} (bzw. in einem Monolayer ist die Projektion von \mathbf{B} auf die Fläche parallel zu $\hat{\mathbf{k}}$). Ein Ziel der vorliegenden Arbeit ist es, die Abhängigkeit der Grenzen bei $T = 0$ unterschiedlicher Phasen vom Kippwinkel zu untersuchen. Eine spezifische Unterscheidung der helischen Phase von der konischen Phasen nehmen wir nicht vor, stattdessen untersuchen wir allgemein die helisch/konische Phase (HK Phase). Die HK Phase kann einen Phasenübergang zur Skymiongitterphase ausbilden (siehe Kapitel 6) und einen Übergang zur polarisierten Phase im Ferromagneten. In diesem Kapitel soll der Übergang zur polarisierten Phase und weiter die Ordnung des Phasenübergangs untersucht werden.

Um die HK Phase zu simulieren setzen wir eine diskrete Magnetisierungslinie mit $N_x = 50$, $N_y = 1$ und $a_x = a_y \equiv a$ mit periodischen Randbedingungen in Helixstruktur mit Wellenlänge $\lambda_{\min} = a N_x$. Unter angelegtem Magnetfeld $\mathbf{B} = B (\sin \phi, 0, \cos \phi)^T$ bestimmen wir die Energie $F[\mathbf{M}]$ des ausrelaxierten Zustands. Um für jeden Punkt im Phasendiagramm (ϕ, B) die energetisch günstigste Konfiguration der HK Struktur zu erhalten, muss über a optimiert werden. Bei unserer Optimierung ist $a \in \{0.12, 0.13, \dots, 0.19, 0.2\}$. Da sich in der HK Phase die Strukturen entlang der Ebenenachse senkrecht zum angelegten Magnetfeld (hier y -Richtung) und entlang der Ebenenachse parallel zum angelegten Magnetfeld periodisch (mit Periodenlänge λ_{\min}) wiederholen, reicht die Betrachtung dieser 1D Kette für die Simulation einer unendlich ausgedehnten Fläche.

Um den Phasenübergang bestimmen zu können, vergleichen wir die Energiedichte

$$\mathcal{E}_{\text{HK}} = \frac{F[\mathbf{M}]}{a^2 N_x} \quad (3.1)$$

der HK Phase mit der Energiedichte der polarisierten Phase $\mathcal{E}_{\text{Pol}} = B$. Der Phasenübergang zwischen den beiden Phasen ist bei $\mathcal{E}_{\text{HK}} = \mathcal{E}_{\text{Pol}}$. Vom Phasenübergang zweiter Ordnung sprechen wir, wenn eine Ableitung von $F[\mathbf{M}]$ stetig ist, ansonsten reden wir vom Phasenübergang erster Ordnung. Die polarisierte Phase kann als HK Phase mit unendlicher Periodenlänge, d.h. unendlichem a oder mit einem Öffnungswinkel $\vartheta = \arccos(\mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{B}})$ gegen 0 aufgefasst werden. Beides muss bei der Bestimmung des Phasenübergangs analysiert werden. In der Abbildung 3.1 sind die Energiedichtedifferenzen gegen das Magnetfeld für unterschiedliche Kippwinkel ϕ aufgetragen. Die gestrichelten Linien geben den Phasenübergang an (für die genaue Bestimmung siehe weiter unten). In Abbildung 3.2 sind die dazugehörigen Diskretisierungslängen und Öffnungswin-

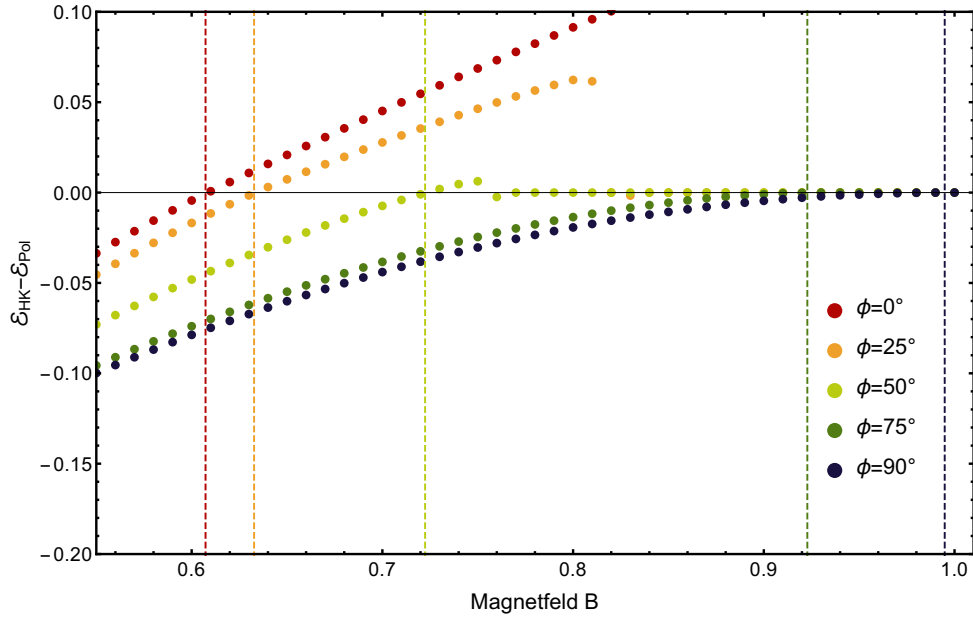


Abbildung 3.1: Energiedichtedifferenz gegen das Magnetfeld für ausgewählte Kippwinkel ϕ . Die gestrichelten Linien stellen den Phasenübergang von der HK zur polarisierten Phase dar.

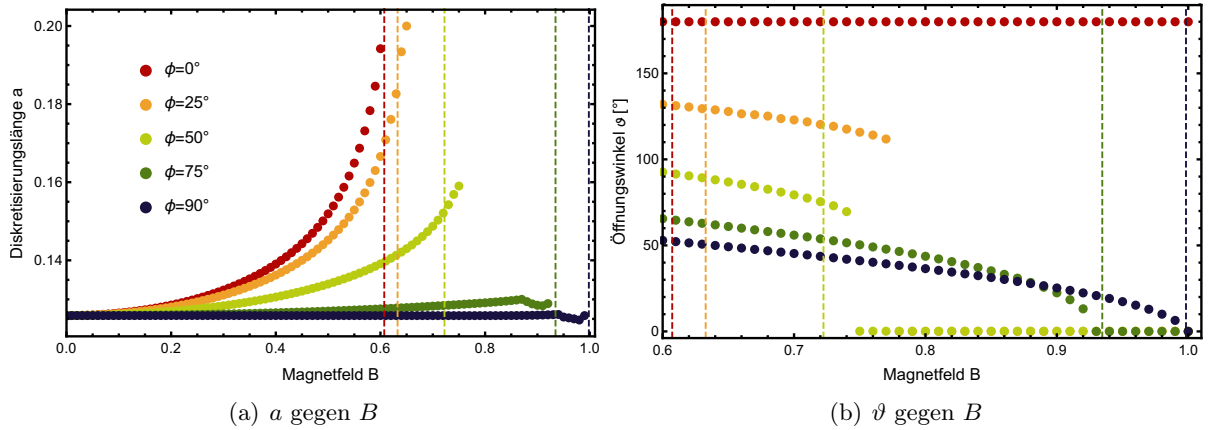


Abbildung 3.2: Darstellung des Verhaltens der Diskretisierungslängen a und Öffnungswinkel ϑ . Die Phasengrenzen sind mit gestrichelten Linien gekennzeichnet.

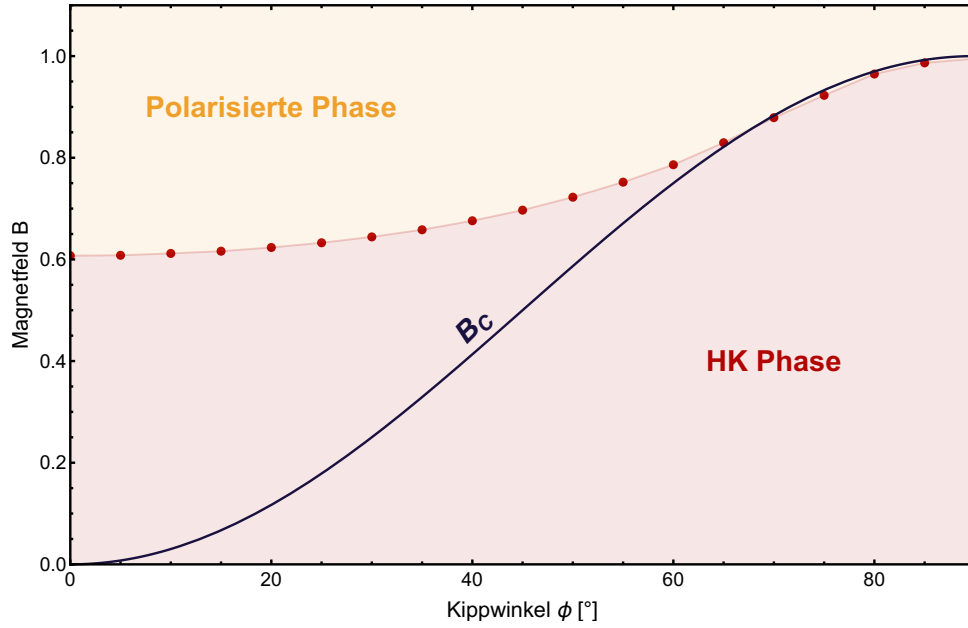


Abbildung 3.3: Vorläufiges Phasendiagramm mit der HK Phase und polarisierter Phase. Die aus der Simulation bestimmten Grenzen sind punktförmig dargestellt, das kritische Magnetfeld aus (2.9) ist blau gekennzeichnet. Die Abweichung beider wird im Text diskutiert.

kel abgebildet. Die Diskretisierungslänge ist ein interpolierter Wert zur minimalen Energie, als Öffnungswinkel wurde der größte Winkel ϑ aufgetragen, der in unseren 50 diskreten Magnetisierungsvektoren vorkam. Bei der Betrachtung der Abbildungen können drei Fälle unterschieden werden: Im ersten Fall divergiert am Phasenübergang die Wellenlänge, während der Öffnungswinkel einen endlichen Wert beibehält (z.B. $\phi = 0^\circ$). Im zweiten Fall konvergiert der Öffnungswinkel gegen null bei endlicher Wellenlänge (z.B. $\phi = 90^\circ$), im dritten Fall findet der Phasenübergang bei endlicher Wellenlänge und endlichem Öffnungswinkel statt (z.B. $\phi = 50^\circ$). In den ersten beiden Fällen wäre zu erwarten, dass die Energien der HK Phase am Phasenübergang stetig in die Energiewerte der polarisierten Phase übergeht und wir einen Phasenübergang zweiter Ordnung hätten. In Abbildung 3.1 steigen die Energiedichtedifferenzen für den ersten Fall allerdings deutlich über null, bevor sie auf den Wert der polarisierten Phasen abfallen. Dies kommt durch die Wahl des Wertebereichs von a zu Stande. Die Energiedichte \mathcal{E}_{HK} hat ihr Minimum bei $a > 0.2$ und würde ohne Randbedingung an a (wie in unendlich großen Systemen) stetig in \mathcal{E}_{HK} übergehen. Daher versagt für diese Punkte unser Simulationsmodell, was auf die Bestimmung des Phasenübergangs aber keinen Einfluss hat, da a am Phasenübergang sehr schnell divergiert. Insbesondere der konstante Wert bei $\phi = 0^\circ$ von $\vartheta = 180^\circ$ zeigt zum einen die komplett helische Struktur, zum anderen, dass durch die Randbedingung an a dieser Zustand nie in die polarisierte Phase übergehen kann, was zu weiter steigenden Energiedichtedifferenzen führt. Die Werte $\mathcal{E}_{HK} - \mathcal{E}_{Pol} > 0$ bei endlichem a und endlichem ϑ sind Charakteristika des Phasenübergangs erster Ordnung. Wie lässt sich mit diesem Wissen der Phasenübergang möglichst genau bestimmen? Da die Diskretisierungslänge im ersten Fall schnell ansteigt, reicht eine lineare Interpolation der Werte um $\mathcal{E}_{HK} - \mathcal{E}_{Pol}$. Bei der Konvergenz des Öffnungswinkels und großem Kippwinkel geht

die Energiedichte parabelförmig in die der polarisierten Phase über, daher bestimmen wir den Phasenübergang x_0 mit dem Fitansatz $f(x) = a(x - x_0)^2$ mit a und x_0 als Fitparameter und $f(x) < \mathcal{E}_{\text{HK}} - \mathcal{E}_{\text{Pol}}$. Den Übergang erster Ordnung im dritten Fall bestimmen wir wieder mit einem linearem Fit. In Abbildung 3.3 sind unsere Ergebnisse der Phasengrenzen mit dem analytisch bestimmten kritischen Magnetfeld aus (2.9) aufgetragen. Betrachten wir die Ordnung der Phasenübergänge, lässt sich auch die Abweichung unserer simulierten Phasengrenze zum analytisch bestimmten B_c erklären. Für $\phi < 25^\circ$ haben wir einen Phasenübergang zweiter Ordnung mit divergierender Wellenlänge am Phasenübergang. Für $25^\circ \leq \phi < 70^\circ$ findet ein Phasenübergang erster Ordnung statt und für $\phi \geq 70^\circ$ einer zweiter Ordnung mit Konvergenz des Öffnungswinkels. Bei Analyse des Öffnungswinkels kurz vor dem Phasenübergang (siehe hierzu auch Abb. A.1 (b) im Anhang) stellen wir fest, dass dieser mit sinkendem Kippwinkel des Magnetfelds immer weiter ansteigt. Der Öffnungswinkel ist mit $\delta M^{1,2}$ aus dem Ansatz (2.2) korreliert. B_c ist nur gültig für $\delta M^{1/2} \ll 1$, was bei großem Öffnungswinkel nicht der Fall ist. Dadurch verliert unsere Berechnung von B_c aus Kapitel 2 ihre Gültigkeit für kleinere Kippwinkel.

Der simulierter Phasenübergang in Abbildung 3.3 ist dem analytischen B_c demnach vorzuziehen. Als nächste Struktur in chiralen Magneten betrachten wir Skyrmionen, wobei wir zuerst Eigenschaften des Skyrmions untersuchen, bevor wir in Kapitel 6 das Phasendiagramm vervollständigen werden.

4 Isoliertes Skymion

In diesem Kapitel werden wir einzelne Skymionen beschreiben und untersuchen. Wie in Kapitel 1 besprochen, existieren unterschiedliche Formen der Dzyaloshinskii-Moriya Wechselwirkung, die für die Bildung unterschiedlicher Skymion Typen verantwortlich sind. Zum einen die chirale Dzyaloshinskii-Moriya Wechselwirkung mit Parameter D in (1.2), zum anderen die Oberflächen DM Wechselwirkung mit D^{inter} . Hier werden wir uns nicht, wie in der restlichen Arbeit, auf den Fall $D^{\text{inter}} = 0$ in (1.2) beschränken (Bloch Typ), sondern betrachten auch den konträren Fall mit $D = 0$ und $D^{\text{inter}} \neq 0$ (Neel Typ). Hierfür simulieren wir eine Fläche mit $N_x = N_y = 301$, $a_x = a_y = 0.2$ mit angelegtem Magnetfeld $\mathbf{B} = B (0, \sin \phi, \cos \phi)^T$ und einem Skymion mittig platziert. Wir werden exemplarisch bei $\phi = 0^\circ$ und $\phi = 40^\circ$ ($B = 0.75$) die Energien sowie die Komponenten M_3 entlang der Hauptachsen analysieren und Unterschiede herausarbeiten.

4.1 Magnetfeld Kippwinkel $\phi = 0^\circ$

Betrachten wir die Magnetisierung unter dem Einfluss eines senkrechten Magnetfelds. In Abbildung 4.1 sind die beiden Skymiontypen (Bloch und Neel) dargestellt. Bei beiden handelt es sich um Verwirbelungen der Magnetisierung um ein Zentrum, welches antiparallel zum polarisierten Hintergrund steht. Augenscheinlich sind beide Skymiontypen rotationssymmetrisch zu ihrem Zentrum und die Magnetisierung wird kontinuierlich in den Hintergrund überführt. Bei Bloch Skymionen bildet die Magnetisierung bei der Überführung einen zusätzlichen Wirbel gegen den Uhrzeigersinn. Die Neel Skymionen hingegen gehen radial kontinuierlich in den Hintergrund über. Betrachten wir die Energie der einzelnen Skymiontypen, d.h. die Energie des ausrelaxierten Systems $F[\mathbf{M}]$ abzüglich der Energie des Hintergrundes $F_{\text{Pol}} = -B \int_{\Omega} d\mathbf{r}^2$, so erhalten wir

$$F_{\text{Bloch}} = F_{\text{Neel}}. \quad (4.1)$$

Vergleichen wir jetzt noch M_3 der Magnetisierung durch das Skymionzentrum (siehe Abb. 4.2 (a)), so fällt der kontinuierliche Übergang in den polarisierten Hintergrund für beide Typen gleich aus. Aufgrund der Rotationssymmetrie genügt die Betrachtung entlang einer Hauptachse. Die Frage bleibt, ob wir die Energiegleichheit auch analytisch verstehen können. Der Unterschied zwischen Bloch und Neel Skymionen ist eine Rotation der Magnetisierung um die z -Achse[14]. D.h.

$$\mathbf{M}^{\text{N}} = R_z(\pi/2) \mathbf{M}^{\text{B}} = \begin{pmatrix} \cos \pi/2 & -\sin \pi/2 & 0 \\ \sin \pi/2 & \cos \pi/2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \mathbf{M}^{\text{B}} = \begin{pmatrix} -M_2^{\text{B}} \\ M_1^{\text{B}} \\ M_3^{\text{B}} \end{pmatrix}, \quad (4.2)$$

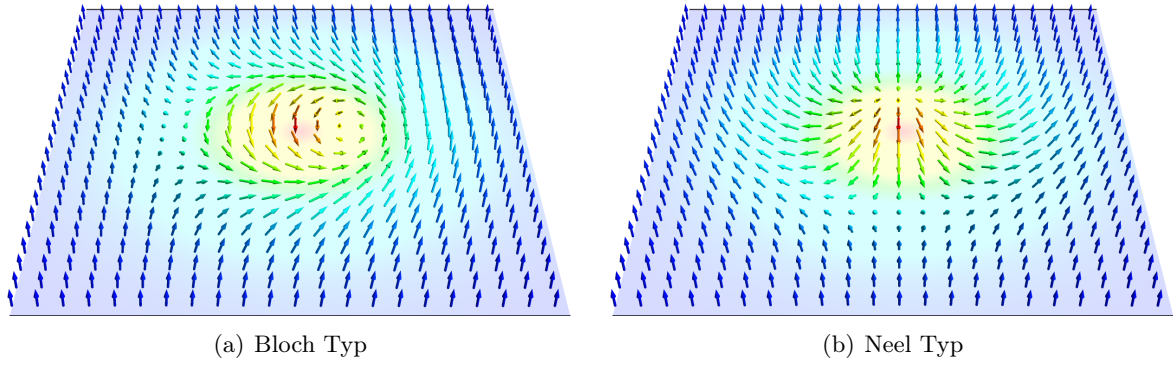


Abbildung 4.1: Darstellung der Magnetisierung unterschiedlicher Skyrmion Typen. Die Farbco-
dierung gibt die M_3 Komponente an (von -1 rot bis +1 blau). Beide wurden bei
 $\phi = 0^\circ$ und $B = 0.75$ ausrelaxiert. Dabei ist nur jeder zweite Magnetisierungs-
vektor abgebildet.

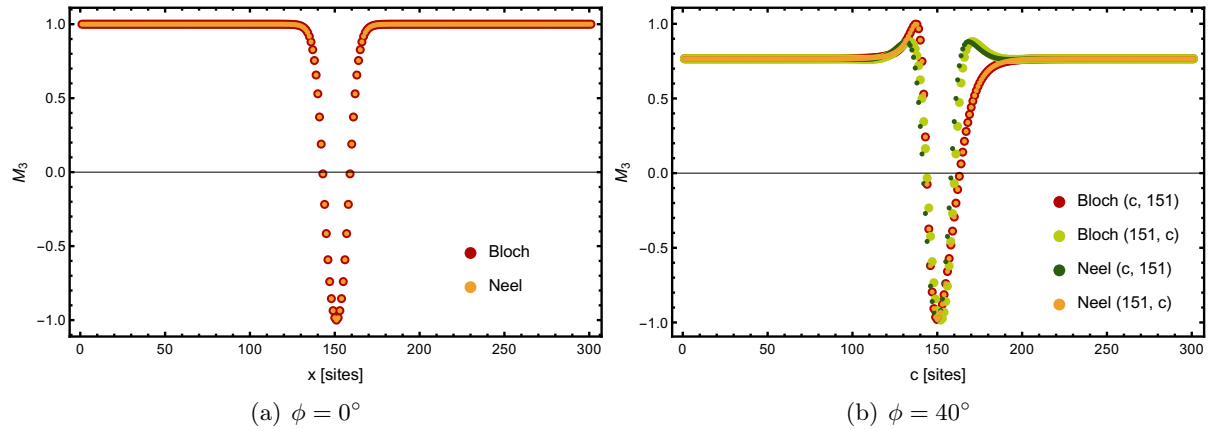


Abbildung 4.2: (a) Vergleich der M_3 Komponente von Bloch und Neel Skyrmion entlang einer
Achse durch das Zentrum für $\phi = 0^\circ$. (b) Vergleich der M_3 Komponenten, diesmal
mit um $\phi = 40^\circ$ gekippten Magnetfeld. Die M_3 Komponente des polarisierten
Hintergrundes liegt bei 0.766. Auffällig ist die Ähnlichkeit der Symmetrie beider
Typen entlang unterschiedlicher Achsen.

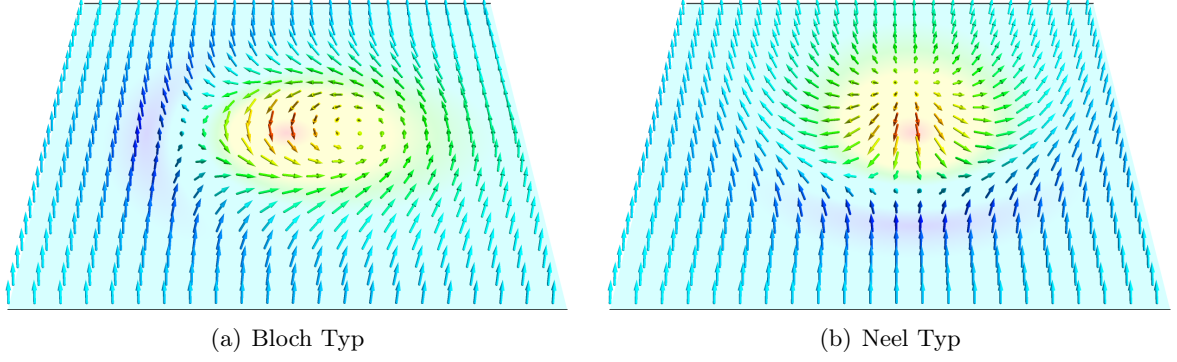


Abbildung 4.3: Darstellung der Magnetisierung unterschiedlicher Skyrmion Typen. Die Farbco-
dierung gibt die M_3 Komponente an (von -1 rot bis +1 blau). Beide wurden bei
 $\phi = 40^\circ$ und $B = 0.75$ ausrelaxiert. Dabei ist nur jeder zweite Magnetisierungs-
vektor abgebildet.

wobei \mathbf{M}^N die Magnetisierung der Neel Skyrmionen und \mathbf{M}^B die der Bloch Skyrmionen sei.
Berechnen wir die Energie mit dem interface Term aus (1.2) für die Neel Skyrmionen

$$\begin{aligned}
 F^{\text{int}}[\mathbf{M}^N] &= \int_{\Omega} d^2\mathbf{r} \frac{1}{2}(\partial_{\alpha} M_j^N) + M_1^N \partial_1 M_3^N - M_3^N \partial_1 M_1^N + M_2^N \partial_2 M_3^N - M_3^N \partial_2 M_2^N - B_3 M_3^N \\
 &= \int_{\Omega} d^2\mathbf{r} \frac{1}{2}(\partial_{\alpha} M_j^B) - M_2^B \partial_1 M_3^B + M_3^B \partial_1 M_2^B + M_1^B \partial_2 M_3^B - M_3^B \partial_2 M_1^B - B_3 M_3^B \\
 &= \int_{\Omega} d^2\mathbf{r} \frac{1}{2}(\partial_{\alpha} M_j^B) + \varepsilon_{i\alpha j} M_i^B (\partial_{\alpha} M_j^B) - B_3 M_3 \stackrel{\text{p.d.}}{=} F^{\text{chiral}}[\mathbf{M}^B]
 \end{aligned}$$

erhalten wir direkt die Energiegleichheit mit den Bloch Skyrmionen und dem chiralen Term. So-
mit sind unter senkrecht zur Oberfläche stehendem Magnetfeld alle Rechnungen und Simulationen
ebenso für Skyrmionen vom Neel Typ und der interface DM Wechselwirkung gültig. Es stellt sich
die Frage, ob diese Äquivalenz auch für gekippte Magnetfelder gilt.

4.2 Magnetfeld Kippwinkel $\phi = 40^\circ$

In der Abbildung 4.3 ist dieselbe Anordnung wie in 4.1 dargestellt, mit dem Unterschied, dass
das Magnetfeld nicht senkrecht zur Ebene steht, sondern um $\phi = 40^\circ$ gekippt wurde. Es bilden
sich wieder Magnetisierungswirbel um ein Zentrum, dessen Spin antiparallel zum polarisierten
Hintergrund steht. Das Bloch Skyrmion bildet einen Schweif senkrecht zum Magnetfeld aus,
wohingegen das Neel Skyrmion einen Schweif parallel zum Magnetfeld ausbildet. Somit ist die
Rotationssymmetrie des vorherigen Falls gebrochen. Die Energien beider Typen sind wieder
gleich. Betrachten wir wieder die Magnetisierungskomponente M_3 entlang der Achsen $(c, 151)$ und
 $(151, c)$, wobei c variabel, in Abbildung 4.2 (b). Da sich das Skyrmionzentrum bei der Relaxation
leicht verschoben hat, treten Abweichungen in der Symmetrie auf. Auffällig ist, dass Bloch- und
Neel Typ den gleichen Verlauf von M_3 um 90° räumlich rotiert haben. Entlang $(c, 151)$ beim
Bloch- und $(151, c)$ beim Neel Skyrmion steigt die M_3 Komponente vor dem Zentrum über den
polarisierten Hintergrund an, fällt zum Zentrum ab, um dann kontinuierlich in den polarisierten

Hintergrund überführt zu werden.

Betrachten wir die verbleibenden Achsen genauer. In Abbildung 4.4 sind die Achsen (151, c) (Bloch) und (c , 151) (Neel) ab Skymionzentrum dargestellt. Beide Magnetisierungskomponenten M_3 bilden periodische Minima unterhalb des polarisierten Hintergrundes aus. Bestimmen wir den Abstand d_{Typ}^{12} zwischen dem ersten und zweiten Minimum in Einheit einer Länge (Gitterplätze mal Diskretisierung a), so ergibt sich

$$\begin{aligned} d_{\text{Bloch}}^{12} &\approx 9.852, \\ d_{\text{Neel}}^{12} &\approx 9.852. \end{aligned}$$

Dies entspricht in etwa der Wellenlänge eines Magnons (vgl. Kapitel 2). Es ist zu vermuten, dass die Auslenkung aus der polarisierten Phase durch das Skymion ein Magnon im System anregt. Auswirkungen dieser Anregung auf die Skymioninteraktion werden Gegenstand des Kapitel 5. Zusammenfassend sind in unserer Konfiguration beide Skymionenergien gleich und die M_3 Komponente um 90° räumlich getauscht. Betrachten wir den Fall des gekippten Magnetfeldes wie im vorherigen Abschnitt analytisch. Die Magnetisierung des Neel Skymions sei wieder über (4.2) mit der Magnetisierung des Bloch Skymions verbunden. Die ersten zwei Termen sind identisch mit der vorherigen Rechnung, nur der letzte Term modifiziert sich:

$$\begin{aligned} F^{\text{int}}[\mathbf{M}^{\text{N}}] &= \int_{\Omega} d^2\mathbf{r} \frac{1}{2}(\partial_{\alpha} M_j^{\text{N}}) + M_1^{\text{N}} \partial_1 M_3^{\text{N}} - M_3^{\text{N}} \partial_1 M_1^{\text{N}} + M_2^{\text{N}} \partial_2 M_3^{\text{N}} - M_3^{\text{N}} \partial_2 M_2^{\text{N}} - \mathbf{B} \cdot \mathbf{M}^{\text{N}} \\ &= \int_{\Omega} d^2\mathbf{r} \frac{1}{2}(\partial_{\alpha} M_j^{\text{B}}) + \varepsilon_{i\alpha j} M_i^{\text{B}} (\partial_{\alpha} M_j^{\text{B}}) - \mathbf{B}^T R_z(\pi/2) \mathbf{M}^{\text{B}} \\ &= \int_{\Omega} d^2\mathbf{r} \frac{1}{2}(\partial_{\alpha} M_j^{\text{B}}) + \varepsilon_{i\alpha j} M_i^{\text{B}} (\partial_{\alpha} M_j^{\text{B}}) - \underbrace{[R_z(\pi/2)^T \mathbf{B}]^T}_{\equiv \mathbf{B}'} \mathbf{M}^{\text{B}} \\ &\stackrel{\text{p.d.}}{=} F^{\text{chiral}}[\mathbf{M}^{\text{B}}]_{\mathbf{B}'}. \end{aligned}$$

Somit ist das Energiefunktional für Bloch und Neel Skymionen auch unter gekipptem Magnetfeld bis auf die räumliche Ausrichtung identisch. Das Energiefunktional für ein Neel Skymion entspricht dem eines Bloch Skymions mit einem Magnetfeld \mathbf{B}' , welches um einen Winkel $-\pi/2$ um die z -Achse gedreht wurde. Hiermit ist auch die Vertauschung der Achssymmetrien in unseren Simulationen erklärt.

Als weitere Konsequenz sind alle Rechnungen in dieser Arbeit auch für Neel Skymionen gültig.

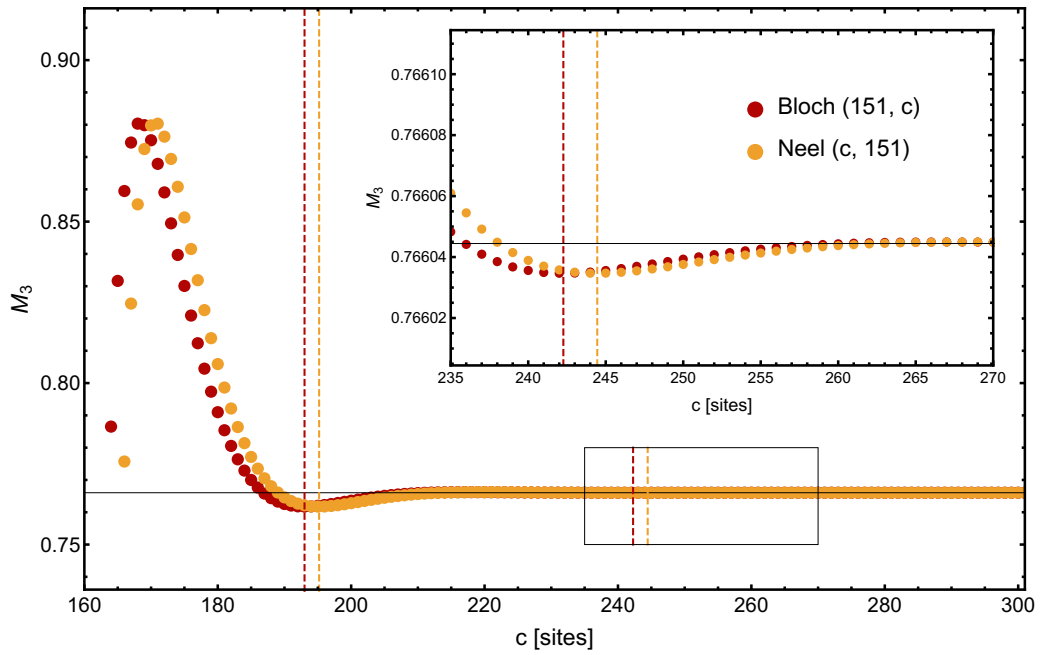


Abbildung 4.4: Darstellung der M_3 Komponente entlang entsprechender Achsen. Die Minima sind durch die gestrichelten Linien gekennzeichnet und vergrößert ist das jeweils zweite Minimum dargestellt. Die dünne schwarze Linie markiert die M_3 Komponente des Hintergrundes.

5 Skymion Wechselwirkung

In diesem Kapitel wird die Frage behandelt, wie Skymionen miteinander interagieren, insbesondere unter Kippung des angelegten Magnetfeldes. Im ersten Teil werden wir die Skymion-Skymion Interaktion in Abhängigkeit von \mathbf{B} , und darauf aufbauend die Skymionlinien Interaktion untersuchen.

5.1 Zwei Skymion Wechselwirkung

5.1.1 Simulation

Um das Skymion-Skymion Potential bestimmen zu können, simulieren wir eine quadratische Fläche ($N_x = N_y = 301$, $a_x = a_y = 0.2$) in der x - y -Ebene, in dessen Mitte ein Skymion platziert wird. Das externe Magnetfeld sei gegeben durch $\mathbf{B} = B (0, \sin \phi, \cos \phi)^T$. In einem beliebigen Abstand $\mathbf{d} = (d_x, d_y)^T$ wird ein zweites Skymion gesetzt. Beide Skymionmittelpunkte fixieren wir, indem wir die Magnetisierung um das Skymionzentrum fixieren, und relaxieren das System bis zum stationären Zustand mit der Energie $F(\mathbf{d})$. Das Zwei-Skymion-Potential kann auf zwei äquivalente Arten bestimmt werden:

$$V_{2\text{Sky}}^1(\mathbf{d}) = F(\mathbf{d}) - F_{\text{Pol}} - 2 F_{1\text{Sky}}, \quad (5.1)$$

$$V_{2\text{Sky}}^2(\mathbf{d}) = F(\mathbf{d}) - F(\mathbf{d}|_{d \rightarrow \infty}). \quad (5.2)$$

Dabei ist F_{Pol} die Energie des polarisierten Untergrundes (vgl. auch 2.1) und $F_{1\text{Sky}}$ die Energie eines einzeln relaxierten Skymions ohne Untergrund. Eine Abweichung der beiden Potentiale $V_{2\text{Sky}}^1$ und $V_{2\text{Sky}}^2$ würde auf einen systematischen Fehler, beispielsweise Randeffekte, in der Simulation hindeuten. Daher lohnt es sich die Übereinstimmung unseres Aufbaus einmalig zu untersuchen. Für den Fall $\phi = 0$ reicht aufgrund der Rotationssymmetrie der Skymionen die Betrachtung entlang einer Achse. Für alle Magnetfeldstärken B , bei denen Skymionen stabil sind, bildet sich ein repulsives Potential aus. Das repulsive Potential sowie der Vergleich der Potentialbestimmungsmethoden ist in Abbildung 5.1 gezeigt. Wie erwartet weichen die beiden Potentialbestimmungsmethoden nicht voneinander ab, und wir betrachten in der restlichen Arbeit das Skymionpotential $V_{2\text{Sky}} \equiv V_{2\text{Sky}}^1$. Analysieren wir als nächstes den Fall des gekippten Magnetfeldes. Abbildung 5.2 zeigt das Potential entlang der Hauptachsen durch den Skymionmittelpunkt (fixierte Magnetisierung). Entlang der x -Achse ist das Skymionpotential wie im Fall $\phi = 0$ rein repulsiv und die Skymionen würden aus energetischen Gründen einen möglichst großen Abstand zueinander einnehmen. Betrachten wir das Potential entlang $\mathbf{d} = (0, d_y)^T$, so fallen Potentialminima mit $V_{2\text{Sky}} < 0$ auf. Demnach ist es für die Skymionen energetisch sinnvoller einen endlichen Abstand entlang dieser Achse einzunehmen. Der Abstand vom erstem zum

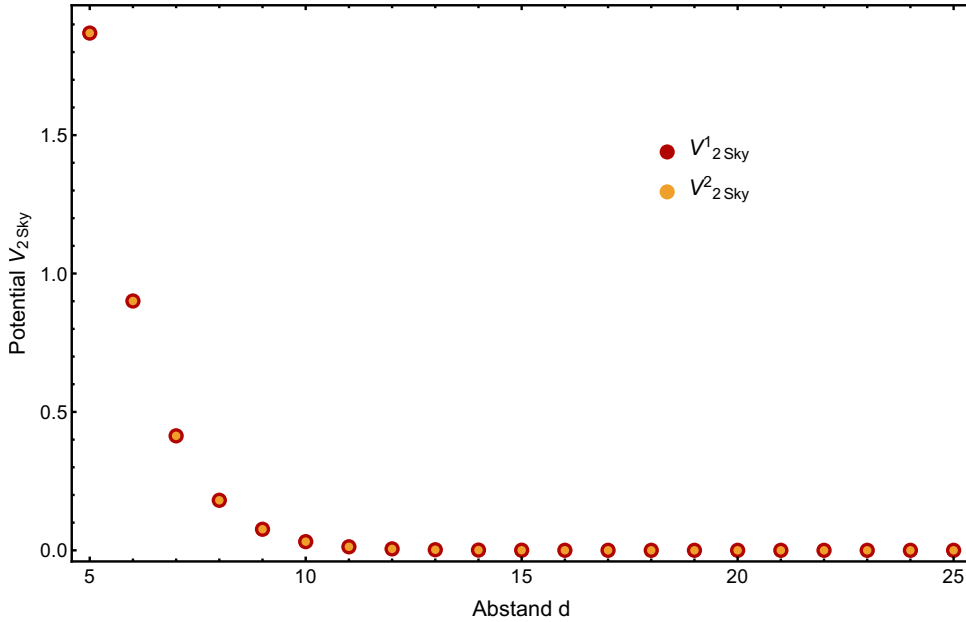


Abbildung 5.1: Darstellung des repulsiven Potentials für $\phi = 0$ und $B = 0.75$, Darstellung der Gleichheit beider Bestimmungsmethoden.

zweiten Minimum beträgt $d_{\min}^{12} \approx 9.9$, dies entspricht dem Wert der periodischen Schwankungen der Magnetisierung M_3 des Einzelskyrmions. Nehmen wir an, dass die Ausbildung der Minima ihre Ursache in der Ausbildung von Magnonen hat, so müsste dieser Abstand der Magnonwellenlänge $\lambda_{\min} = \frac{2\pi}{k_{\min}} = \frac{2\pi}{\sin 40^\circ} \approx 9.8$ entsprechen. Dies würde den Unterschied zwischen den beiden Hauptachsen $(d_x, 0)$ und $(0, d_y)$ erklären, da die Magnonen entlang der x -Achse $k_{\min,1} = 0$ und hieraus eine zugehörige Wellenlänge von $\lambda \rightarrow \infty$ haben (vgl. Kapitel 2 und 4). Nun betrachten wir, wie sich das Potential mit den Systemparametern ϕ und B ändert. In Abbildung 5.3 ist die Abhängigkeit der beiden Parameter dargestellt. Qualitativ verschiebt sich das Minimum mit steigendem Kippwinkel ϕ in Richtung kleinerer Abstände und tieferen Potentialen. Das Minimum verschiebt sich allerdings mit steigendem Magnetfeld zu kleineren Abständen. Dies ist mit der Magnonrechnung nicht nachzuvollziehen, nach der die Position des Minimums unabhängig von B wäre. Allerdings schrumpft das Skyrmion mit steigendem Magnetfeld und die Position des ersten Minimums korreliert mit der Skyrmiongröße. Daher betrachten wir den Abstand vom ersten zum zweiten Minimum bei unterschiedlichen Kippwinkeln ϕ und vergleichen diesen mit der Magnonwellenlänge λ_{\min} :

Datenreihe	d_{\min}^{12}	λ_{\min}	$d_{\min}^{12}/\lambda_{\min}$
$\phi = 35^\circ, B = 0.76$	11.00	10.96	1.004
$\phi = 40^\circ, B = 0.75$	9.90	9.77	1.013
$\phi = 45^\circ, B = 0.75$	9.02	8.89	1.015

Bei dem Vergleich wurde auf kleinere Winkel verzichtet, da die Bestimmung des zweiten Minimums kaum noch möglich war. Die Daten zeigen, dass in erster Näherung unser Ansatz der Spinwellen eine gute Erklärung für die Ausbildung der Minima ist. Durch die Potentialminima lässt sich auch die Linienbildung, auf die in Kapitel 1 eingegangen wurde, verstehen.

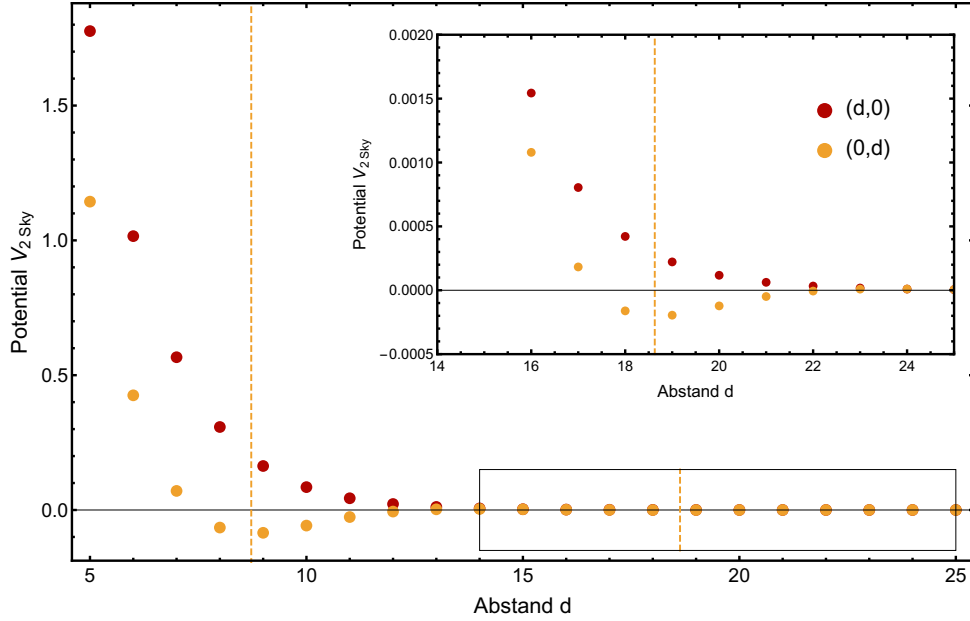
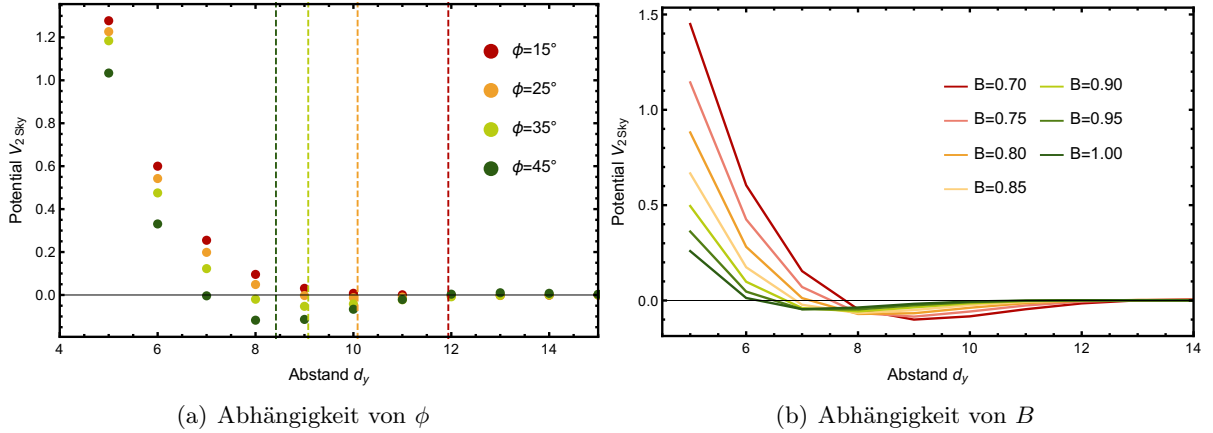


Abbildung 5.2: Potential entlang der beiden Symmetrieachsen unter gekippten Magnetfeld ($\phi = 40^\circ$ und $B = 0.75$). Die Minima entlang $(0, d_y)$ wurden mit gestrichelten Linien markiert und das zweite Minimum vergrößert dargestellt.



(a) Abhängigkeit von ϕ

(b) Abhängigkeit von B

Abbildung 5.3: Darstellung von $V_{2\text{sky}}$ entlang $(0, d_y)$. In Abbildung (a) ist die Abhängigkeit vom Kippwinkel ϕ dargestellt, wobei B so gewählt wurde, dass das Skyrmion im Vergleich zum Hintergrund energetisch keinen Unterschied ausmacht. Mit den gestrichelten Linien sind die einzelnen Minima in den Datenreihen markiert. Abbildung (b) zeigt die Abhängigkeit vom angelegtem Magnetfeld B bei $\phi = 40^\circ$, wobei die Datenpunkte aus Darstellungsgründen durch Linien ersetzt wurden.

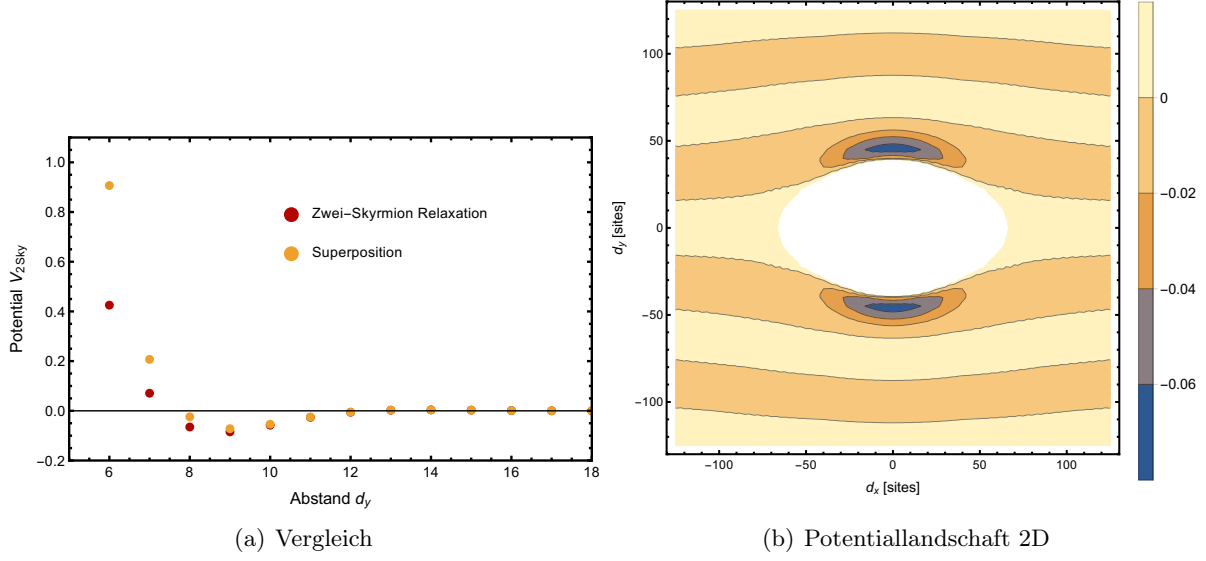


Abbildung 5.4: Skyrmionpotential mittels Koordinatensuperposition. In (a) ist der Vergleich zwischen Relaxation und Superpositionsmethode entlang $(0, d_x)$ aufgetragen. (b) zeigt die 2D Potentiallandschaft unserer Testfläche, wobei (d_x, d_y) in Einheiten von 0.2 diskretisiert wurde.

Als nächstes stellt sich die Frage, wie eine komplette 2D-Potentiallandschaft in unserer Fläche aussieht. Jedoch sind die Simulationen aufgrund der Modellgröße sehr aufwendig. Eine Abbildung des Potentials für eine Datenreihe entlang (d_x, d_{\min}) ist dem Anhang A zu entnehmen.

5.1.2 Näherung durch Koordinatensuperposition

Um die aufwendigen Simulationen zu umgehen, überlegen wir uns eine Magnetisierungsnaheung \mathbf{M}_{Sup} aus der Magnetisierung \mathbf{M} eines ausrelaxierten Systems, bestehend aus einem Skyrmion auf polarisiertem Hintergrund. Dafür superponieren wir den Skyrmionanteil $\mathbf{M}_{\text{Sky}}(n_x, n_y) = \mathbf{M}(n_x, n_y) - \mathbf{M}_{\text{pol}}$ des diskretisierten Systems mit einem Skyrmionanteil um $\mathbf{d} = (d_x, d_y) \in \mathbb{Z}^2$, verschoben auf den polarisierten Hintergrund \mathbf{M}_{pol} . Dabei ist $n_{x,y} \in \mathbb{N}$ und der polarisierte Hintergrund nach Kapitel 2 gleich $\hat{\mathbf{B}}$. Somit erhalten wir als Näherung:

$$\mathbf{M}_{\text{Sup}}(n_x, n_y, \mathbf{d}) = \frac{\mathbf{M}(n_x, n_y) + \mathbf{M}(n_x - d_x, n_y - d_y) - \hat{\mathbf{B}}}{\|\mathbf{M}(n_x, n_y) + \mathbf{M}(n_x - d_x, n_y - d_y) - \hat{\mathbf{B}}\|}. \quad (5.3)$$

Dazu nehmen wir wie in der Zwei-Skyrmion Relaxierung periodische Randbedingungen an. Die Systemgröße der Ein-Skyrmion Relaxation ist analog zur Zwei-Skyrmion Relaxation in Abschnitt 5.1.1. Mit der Energie $F[\mathbf{M}_{\text{Sup}}(\mathbf{d})]$ können wir das Potential $V_{2\text{Sky}}$ bestimmen. In der Abbildung 5.4 (a) ist die Zwei-Skyrmion Relaxation und die Superpositionsnaheung in einem Plot aufgetragen. Qualitativ reproduziert die Naheung das Minimum. Quantitativ fällt auf, dass für kleinere Abstände die Naheung, im Vergleich zur Relaxationsmethode, höhere Energiewerte produziert. Mit dieser Naheung können wir die 2D Potentiallandschaft erstellen und die Kontur des Minimums abbilden (siehe Abb. 5.4 (b)). Aus Symmetriegründen und Austauschbarkeit der beiden

Skymionen genügt die Berechnung von $(d_x, d_z) \in (\mathbb{N}_0 \times \mathbb{N}_0)$, ferner wurden kleine Abstände (d_x oder d_y kleiner 25) ausgespart. Eine Auflösung des zweiten Minimums ist dem Anhang A zu entnehmen.

5.2 Skymionlinien Wechselwirkung

Die Kettenbildung aus [10] haben wir mit dem Skymionpotential aus den obigen Simulationen erklären können. Nun bleibt die Frage offen, wie sich die Ketten untereinander verhalten. In anderen Worten: Wie sieht das Skymionlinienpotential aus?

Dazu simulieren wir eine Einheitszelle aus zwei Skymionen (angeordnet wie in Abb. 5.5) und periodischen Randbedingungen mit $N_y = 44$, $a_y = 0.194$, $a_x = 0.2$ und N_x variabel. N_y und a_y wurden dabei so optimiert, dass bei angelegtem Magnetfeld $\mathbf{B} = 0.75 (0, \sin 40^\circ, \cos 40^\circ)^T$ die Skymionen entlang der y -Richtung in den Potentialminima sitzen und, begründet durch die periodischen Randbedingungen, unendlich lange Skymionketten simuliert werden. Die ermittelte Energie F ist jetzt abhängig von der Systemgröße N_x , welches der zweifache Skymionlinienabstand ist. Um das Potential zu bestimmen, ziehen wir die Energie des polarisierten Hintergrunds und die Energie der zwei Skymionen unserer Zelle ab:

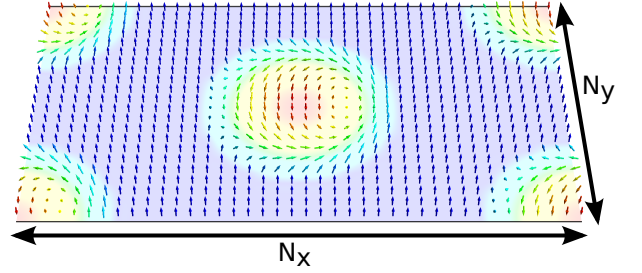


Abb. 5.5: Einheitszelle zur Skymionlinienpotential Bestimmung. Dabei ist nur jeder zweite Magnetisierungsvektor abgebildet.

$$V_{\text{SkyLine}}(N_x) = F(N_x) - F_{\text{Pol}}(N_x) - [F(N_x) - F_{\text{Pol}}(N_x)]_{N_x \rightarrow \infty}. \quad (5.4)$$

$N_x \rightarrow \infty$ nähern wir durch $N_x = 400$. Auf diese Weise können wir das Skymionlinieninteraktionspotential simulieren. Da im vorangegangenen Abschnitt die Näherung durch Koordinatensuperposition gute Ergebnisse produzierte, werden wir das Skymionlinieninteraktionspotential auf ähnliche Weise nähern. Dafür setzen wir wie in Abbildung 5.5 ein Skymion in die Mitte unserer größten Systemgröße ($N_x = 400$, alle weiteren Parameter wie oben) und lassen das einzelne Skymion ausrelaxieren. Durch die periodischen Randbedingungen entspricht dies der Relaxierung einer unendlich langen Skymionkette. Daraufhin beschneiden wir das System auf unser zu untersuchendes N_x und superponieren nach (5.3) das System mit sich selbst, wobei $\mathbf{d} = (N_x/2, N_y/2)^T$. Hierdurch haben wir die gleiche Konfiguration wie in Abbildung 5.5. Aufgrund des repulsiven Potentials entlang der x -Richtung beim Skymionpotential wäre ein rein repulsives Skymionlinieninteraktionspotential denkbar. In Abbildung 5.6 (a) sind die Ergebnisse der Relaxierung und der Näherung durch Koordinatensuperposition aufgetragen. Ein aufgetretenes Minimum ist vergrößert dargestellt. Somit nehmen bei unserer Konfiguration ($\phi = 40^\circ$ und $B = 0.75$) auch die Skymionlinien einen endlichen Abstand ein und das Potential ist entgegen erster Erwartung nicht rein repulsiv. Wie lässt sich dieses Ergebnis erklären?

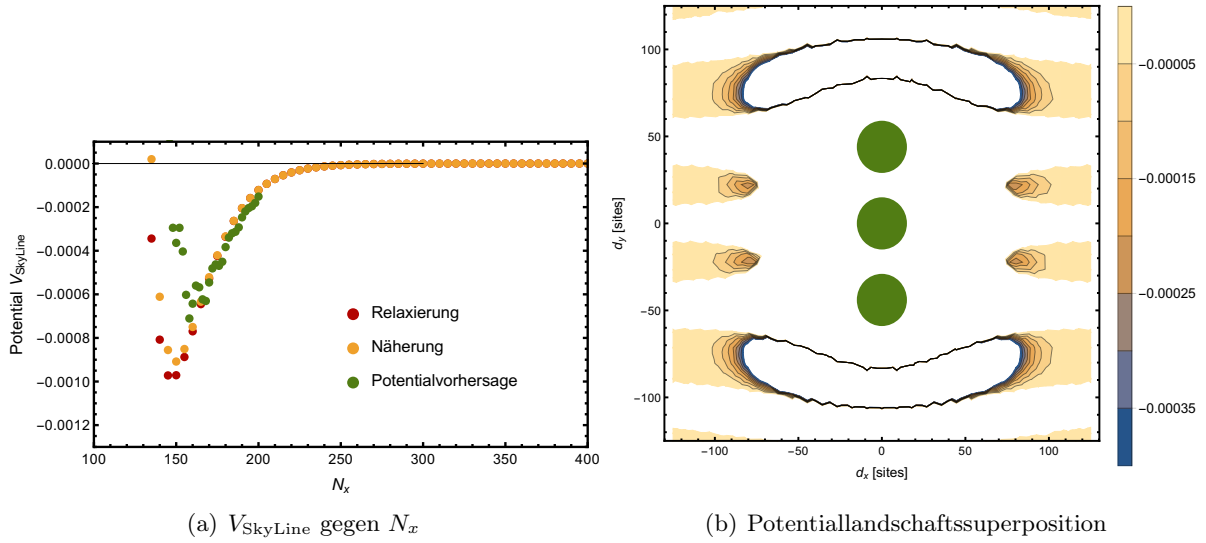


Abbildung 5.6: Auswertung des Skyrmionlinienpotentials (bei $\phi = 40^\circ$ und $B = 0.75$). In (a) sind die drei verschiedenen Methoden dargestellt, in (b) modellhaft die Überlagerung der Potentiallandschaften. Die Positionierung der einzelnen Skyrmionen ist mit den grünen Kreisen angedeutet. In die Minima zwischen den grünen Kreisen setzen sich die Skyrmionen der benachbarten Linie.

Das Minimum des Skyrmion-Skyrmion Potentials hat eine langgezogene Form (vgl. Abb. 5.4 (b)) und es wäre denkbar, dass die benachbarten Skyrmionlinien genau in die Ausläufer des Minimums stoßen. Um diese These zu untersuchen, nähern wir das Linienpotential als Überlagerung interpolierter Potentiallandschaften aus Abschnitt 5.1.2. In Abbildung 5.6 (b) sind exemplarisch drei 2D Potentiallandschaften aufaddiert und es zeigt sich, dass sich Minima in der resultierenden Potentiallandschaft ausbilden, die zur Position der Skyrmionlinienabstände passen. Als nächstes überprüfen wir, ob sich durch Potentiallandschaftsüberlagerung auch quantitativ die Ergebnisse aus Relaxation und der Koordinatensuperposition reproduzieren lassen, was nicht weiter verwundert, da periodische Effekte schon bei einzeln relaxierten Skyrmionen auftraten (siehe Kapitel 4). In Abbildung 5.6 (a) ist die Potentialüberlagerung zusätzlich aufgetragen, die deutlich von den simulierten Werten abweicht. Allerdings treten durch die Interpolation aus der Potentiallandschaft viele Abweichungen in den Daten auf. Ferner sind auch Zwei-Körper- oder Drei-Körper Wechselwirkungen, wie sie in den beiden anderen Verfahren berücksichtigt werden, Kandidaten für die Abweichungen. Darüber hinaus stellt sich die Frage, wie sich das Skyrmionlinienpotential für andere Kippwinkel und Magnetfelder verändert. Für einen Kippwinkel $\phi \neq 0^\circ$ ist es für die Skyrmionen energetisch sinnvoller einen endlichen Abstand einzunehmen. Daher lässt sich vermuten, dass der Phasenübergang im Gegensatz zu dem Fall $\phi = 0^\circ$ von zweiter Ordnung sein sollte.

6 Skymiongitter Phase

In diesem Kapitel wollen wir unser in Kapitel 3 begonnenes Phasendiagramm um die Übergänge des Skymiongitters, dessen Eigenschaften wir nun besser verstehen, komplettieren. Dafür werden wir zuerst den Phasenübergang des einzelnen Skymions als Approximation für den Phasenübergang des Skymiongitters mit der polarisierten Phase untersuchen. Im darauf folgenden Abschnitt werden wir den Übergang zur HK Phase herausarbeiten und dann das vollständige Phasendiagramm vorstellen.

6.1 Übergang polarisierte Phase zur Skymiongitterphase

Im Folgenden wollen wir den Übergang der Skymiongitter (SkX) Phase zur polarisierten Phase bestimmen. Aus Effizienzgründen betrachten wir den Übergang eines einzelnen Skymions zur polarisierten Phase, bzw. den Punkt der Energiegleichheit. Wie in Kapitel 5 gezeigt, entspricht diese Rechnung nur einer Näherung, da sich zum Phasenübergang die Skymionen nicht unendlich weit voneinander entfernen, sondern einen Phasenübergang erster Ordnung bilden. Allerdings ist der Energiegewinn durch die Potentialminima (siehe Kapitel 5) so klein, dass die Energiedichtengleichheit des Einzelskymion zur polarisierten Phase eine vernünftige Näherung für den exakten Phasenübergang darstellt. Um dies zu zeigen, gehen wir davon aus, dass man die Energiedifferenz des einzelnen Skymions zum polarisiertem Hintergrund F_{Sky} um den Phasenübergang B_T mit $F_{\text{Sky}} \approx 0 + (B - B_T) \frac{\partial F_{\text{Sky}}}{\partial B} \Big|_{B=B_T}$ darstellen kann. Die Abweichung $\Delta B = (B' - B_T)$ zum exakten Phasenübergang B' unter Einbeziehung der Potentialminima, ist durch

$$\Delta B \frac{\partial F_{\text{Sky}}}{\partial B} \Big|_{B=B_T} + V_{2\text{Sky},\min} = 0 \quad (6.1)$$

gegeben. Mit steigendem Kippwinkel sollte die Abweichung auf Grund der ausgeprägteren Minima größer werden. Für $\phi = 40^\circ$ beträgt die Abweichung nach der Abschätzung (6.1) nur 1.2%. Der Vorteil dieser Näherung ist, dass wir keine Optimierung von Systemparametern vornehmen müssen und zusätzlich größtenteils auf bestehende Daten aus Kapitel 4 und 5 zurückgreifen können.

Analog zu den vorherigen Kapiteln simulieren wir, mit $N_x = N_y = 301$, $a_x = a_y = 0.2$ und einem Skymion in der Mitte, die Zeitentwicklung unter einem angelegten Magnetfeld $\mathbf{B} = B (0, \sin \phi, \cos \phi)^T$. Gesucht wird der Übergang, bei der die ausrelaxierte Energie des Systems $F[\mathbf{M}]$ gleich der Energie $F_{\text{Pol}} = -B \int_{\Omega} d\mathbf{r}^2$ (siehe Abschnitt 2.1) eines rein polarisierten Zustands ist. Dabei wurden von $\phi = 0^\circ$ in 5° Schritten bis zum Übergang zur HK Phase die Energien für verschieden Magnetfeldstärken B vor und nach dem Übergang bestimmt. Durch diese Werte wurde mittels linearer Interpolation der Übergang bestimmt, der in der Abbildung

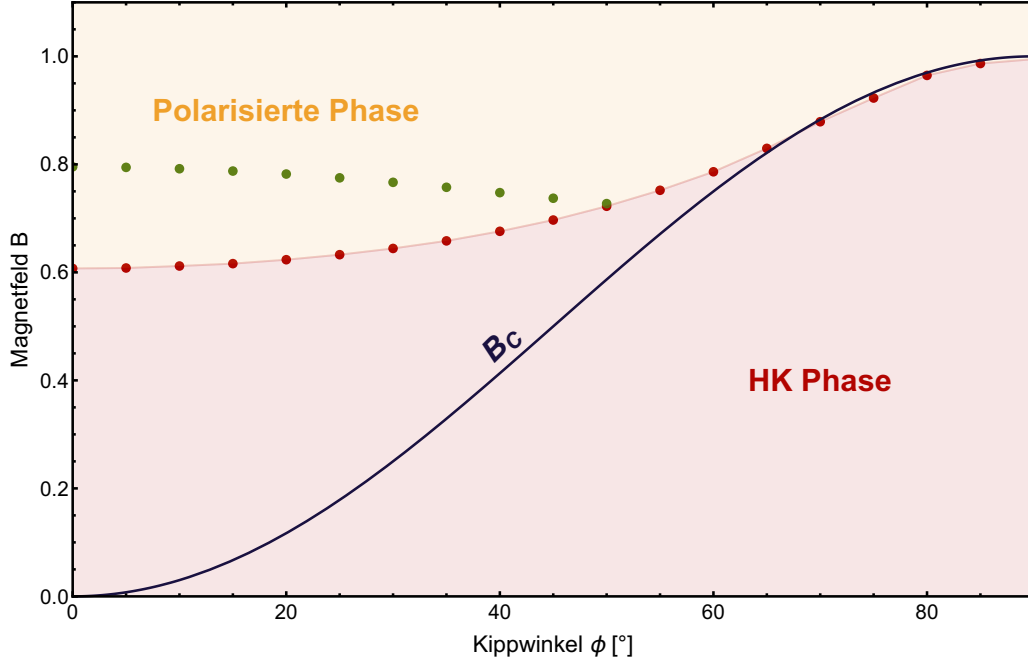


Abbildung 6.1: Phasendiagramm mit eingezeichneter Phasengrenze von SkX zur polarisierten Phase. Die errechneten Daten sind mittels Punkte gekennzeichnet, die Linien und farbige Bereiche dienen als Orientierungshilfe.

6.1 durch die grüne Datenreihe gekennzeichnet ist. Den Verlauf der Kurve in der HK Phase lässt sich mit dieser Methode nicht bestimmen, da kein stabiler Hintergrund existiert und die Skyrmionen zerlaufen würden (siehe hier als Beispiel Abb. A.3 im Anhang). Bei $\phi = 0^\circ$ ist der Phasenübergang ungefähr bei 0.8 und fällt langsam, bis zum Schnittpunkt des Phasenübergangs der HK Phase mit der polarisierten Phase bei $\phi = 50^\circ$, ab. Da wir aus vorherigen Rechnungen wissen, dass zwischen der roten und der grünen Datenreihe in Abb. 6.1 der polarisierte Hintergrund energetisch sinnvoller als die HK Phase, und die SkX Phase sinnvoller als die polarisierte Phase ist, muss dort eine stabile Skymiongitterphase liegen. Wie weit diese Phase unterhalb der roten Datenreihe stabil ist wird im nächsten Abschnitt untersucht.

6.2 Übergang Skymiongitterphase zur helisch/konischen Phase

Da, wie im vorherigen Abschnitt dargelegt wurde, eine Bestimmung des Phasenübergangs in der HK Phase mit obigem Aufbau nicht möglich ist, werden wir ein volles Skymiongitter, bzw. die Einheitszelle mit periodischen Randbedingungen, simulieren und dieses optimieren. Dabei ist das Skymiongitter auch unter gekipptem Magnetfeld immer ein zentriertes Rechteckgitter[10]. Der Aufbau der Einheitszelle ist identisch mit Abbildung 5.5, wobei zuerst grob über N_x und N_y bei konstantem $a_x = a_y = 0.2$ die Energiedichte optimiert, und dann im zweiten Schritt über Optimierung von a_x und a_y die Systemgröße noch weiter verfeinert wird. Die optimierte Energiedichte $\mathcal{E}_{\text{SkX}} = \frac{F[\mathbf{M}]}{N_x a_x N_y a_y}$ wird mit der Energiedichte der HK Phase \mathcal{E}_{HK} aus Kapitel 3 verglichen, wobei $F[\mathbf{M}]$ wieder die ausrelaxierte Energie des Systems unter dem Magnetfeld $\mathbf{B} = B(0, \sin \phi, \cos \phi)^T$ ist. Bei Energiedichtengleichheit kennzeichnen die Werte (ϕ, B) des voll

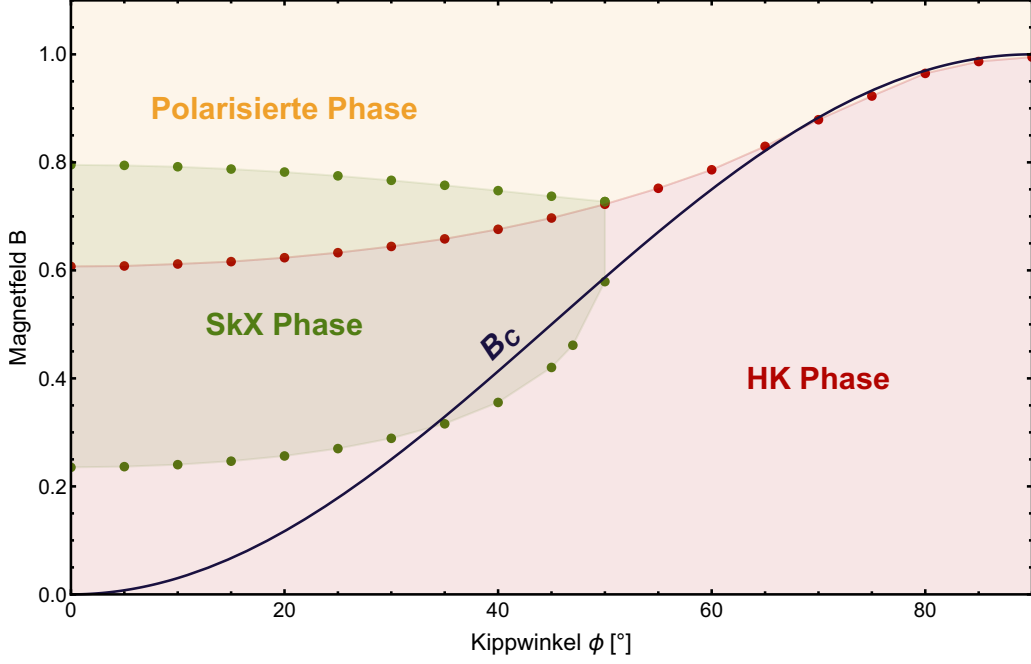


Abbildung 6.2: Endgültiges Phasendiagramm mit allen untersuchten Phasengrenzen und der kritischen Magnetfeldstärke aus Kapitel 2.

optimierten Systems wieder unseren Phasenübergang von der HK Phase zur SkX Phase. Betrachtet man die Ergebnisse aus Kapitel 5, wäre zu vermuten, dass die optimale Systemgröße aus den Positionen der Potentialminima hervorgehen würde. Allerdings ist der Energiedichtengewinn bzw. -verlust durch eine dichtere Packung, außer am Phasenübergang zur polarisierten Phase, ausschlaggebender. Die Abbildung 6.2 zeigt unseren Übergang als untere grüne Datenreihe. Einen weiteren Datenpunkt könnte man über die Variation des Winkels bei fester Magnetfeldstärke erreichen. Mit steigendem Kippwinkel verzerrt sich das Skymiongitter anfangs nur sehr mäßig. Betrachten wir die optimierten Seitenverhältnisse der Einheitszelle am Phasenübergang,

Winkel	$x = N_x a_x$	$y = N_y a_y$	$\frac{x}{y}$
$\phi = 0^\circ$	13.16	7.60	$\sqrt{3}$
$\phi = 10^\circ$	13.16	7.60	$\sqrt{3}$
$\phi = 20^\circ$	13.16	7.60	$\sqrt{3}$
$\phi = 30^\circ$	13.30	7.56	1.76
$\phi = 40^\circ$	13.65	7.52	1.82
$\phi = 50^\circ$	15.76	7.60	2.07

so fällt diese mäßige Verzerrung auf. Erst mit höheren Kippwinkel nimmt die Verzerrung deutlich zu. Das abschließende Phasendiagramm 6.2 zeigt unsere gefundenen Phasengrenzen. Alle drei untersuchten Strukturen bilden im (ϕ, B) -Raum eine stabile Phase, wobei die SkX Phase für steigende Kippwinkel immer weiter unterdrückt wird, bis sie bei $\phi = 50^\circ$ nicht mehr stabil ist. Die HK Phase hingegen profitiert von der Kippung des Magnetfeldes und wird dominanter. Unser analytisch bestimmtes B_c stellt nur für große Kippwinkel eine vernünftige Betrachtung des Übergangs von HK- zur polarisierten Phase dar.

7 Fazit und Ausblick

In der vorliegenden Arbeit stellten wir uns zu Beginn die Frage, weshalb Skyrmionen in 2D Materialien unter gekippten Magnetfeldern bei $T = 0$ linienförmig geordnet sind, und weitergehend, wie das Skyrmion-Skyrmion Potential aussieht. Im Laufe der Arbeit haben wir, mittels Computersimulationen, das Skyrmion-Skyrmion Potential untersucht und attraktive Täler sowohl in diesem als auch im Skyrmionlinienpotential gefunden. Die Genese der Potentialminima konnten wir auf periodische Schwankungen, wahrscheinlich Magnon Anregungen, in der Magnetisierung eines einzelnen Skyrmions ausmachen. Diese Minima treten nur bei gekippten Magnetfeldern auf, stehen aber im Widerspruch zu bspw.[10], die die Linienbildung auf das weniger repulsive Verhalten zurückführen.

Der zweite Schwerpunkt der Arbeit lag auf der Erstellung eines B - ϕ -Phasendiagramms für $T = 0$. Dafür haben wir mittels Simulation die Energien unterschiedlicher, im Vorfeld bekannter, Phasen verglichen, und so die Phasenübergänge rausgearbeitet. Die Ordnung des Phasenübergangs von der HK zur polarisierten Phase zeigte dabei interessante Wechsel.

Es wurde gezeigt, dass alle Rechnungen und Simulationen in der Arbeit auch mit Oberflächen-Dzyaloshinskii-Moriya Wechselwirkung ihre Gültigkeit behalten.

Hierauf aufbauend könnte man die Temperaturabhängigkeit der gefunden Phasenübergänge und Potentialminima untersuchen. Auch die Abhängigkeit des Skyrmionlinienpotentials vom Kippwinkel wurde nicht geklärt. Für mögliche Anwendungen wäre auch die Interaktion von Skyrmionen mit dem Rand endlicher Systeme von Interesse. Insbesondere die Frage nach adhäsivem Verhalten durch die Potentialminima wäre für zukünftige Speichermedien von Wichtigkeit. In diesem Kontext wäre auch die Skyrmiondynamik untersuchenswert. Zusätzlich könnte die Systemdicke vom Monolayer zu einem System endlicher Dicke variiert werden.

Zusammengefasst haben wir viele interessante Einsichten in den Mikrokosmos der chiralen Magnete und dessen Phasen gewonnen, der auch noch in Zukunft viel Raum für Forschung lässt.

A Abbildungen

Zu Kapitel 3:

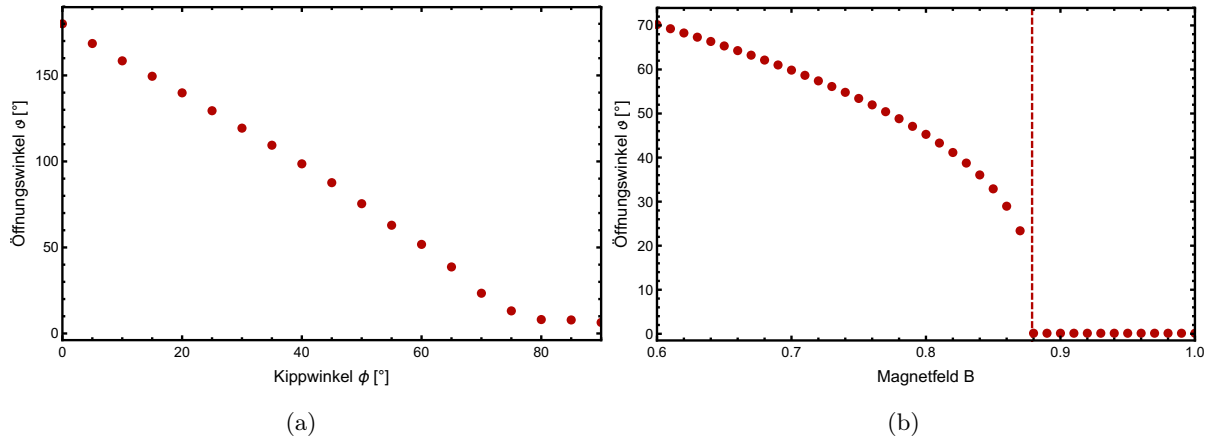


Abbildung A.1: (a) Darstellung des letzten maximalen Öffnungswinkels vor dem Phasenübergang. (b) Der maximale Öffnungswinkel ϑ gegen B für den Kippwinkel $\phi = 70^\circ$ und gestrichelt der Phasenübergang.

Zu Kapitel 5:

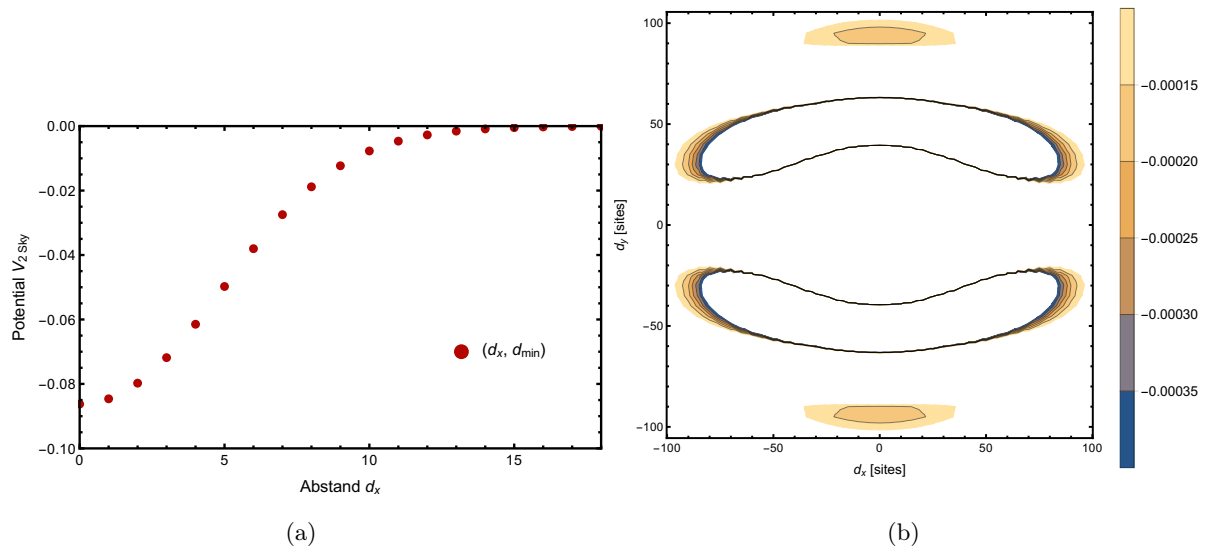


Abbildung A.2: $\phi = 40^\circ$ und $B = 0.75$. (a) Potential entlang $(d_x, d_{\min} = 8.8)$. (b) Zweites Minimum im Konturplot, berechnet mit Koordinatensuperposition.

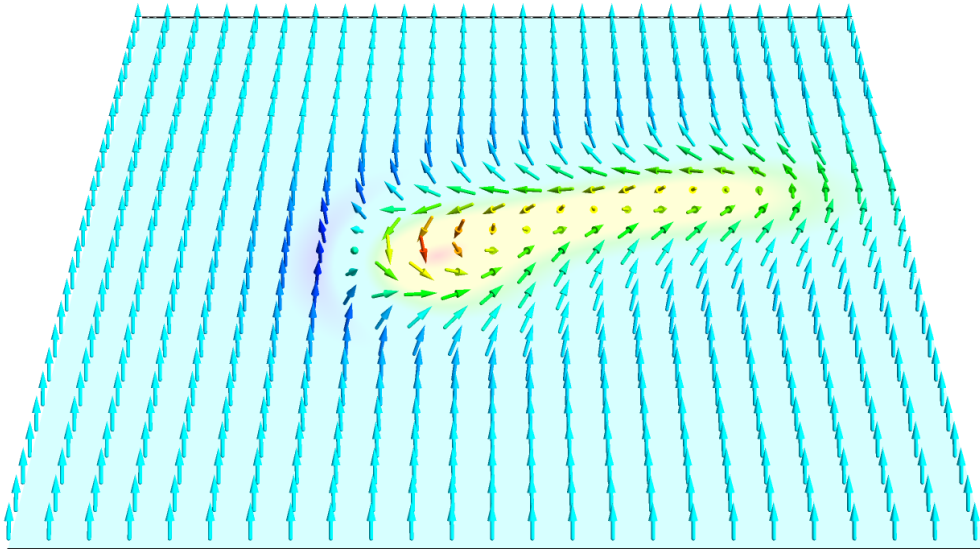
Zu Kapitel 6:

Abbildung A.3: Zerlaufenes Skyrmion, relaxiert mit angelegtem Magnetfeld $\mathbf{B} = 0.65 (0, \sin 40^\circ, \cos 40^\circ)^T$. Der polarisierte Zustand des Hintergrunds ist nicht stabil (Werte innerhalb der HK Phase), wodurch sich das Skyrmion stark deformiert. Dabei ist nur jeder vierte Magnetisierungsvektor abgebildet.

B Konventionen

Auflistung der benutzten Konventionen:

- Vektoren werden im Text durch Fettdruck gekennzeichnet. Soweit nicht anders angegeben, stellt x_i die i -te Komponente des Vektors \mathbf{x} in der kanonischen Basis dar.
- $\mathbf{x} \cdot \mathbf{y} \equiv \mathbf{x}^T \mathbf{y}$ ist das Standardskalarprodukt zwischen \mathbf{x} und \mathbf{y} .
- Sollte \mathbf{x} definiert sein, so ist, falls nicht anders angegeben, $x = \|\mathbf{x}\| = \sqrt{\mathbf{x} \cdot \mathbf{x}}$.
- Es sei $\hat{\mathbf{x}} \equiv \frac{\mathbf{x}}{x}$.
- Es gilt die Einsteinsche Summenkonvention, d.h. über doppelt auftretende Indices wird summiert.
- $\partial_1 \equiv \frac{\partial}{\partial x}$, $\partial_2 \equiv \frac{\partial}{\partial y}$ und $\partial_3 \equiv \frac{\partial}{\partial z}$.
- ε_{ijk} ist das Levi-Civita Symbol mit $\varepsilon_{ijk} = \begin{cases} 1, & \text{für } (i, j, k) \text{ gerade Permutation von } (1, 2, 3). \\ -1, & \text{für } (i, j, k) \text{ ungerade Permutation von } (1, 2, 3). \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$
- Sei $F[\mathbf{M}(\mathbf{r})] = \int_{\Omega} d^m \mathbf{r} \mathcal{E}(M_i, \partial_{\mu} M_i)$, dann ist $\frac{\delta F}{\delta \mathbf{M}} = (\frac{\delta F}{\delta M_1}, \frac{\delta F}{\delta M_2}, \frac{\delta F}{\delta M_3})^T$ mit $\frac{\delta F}{\delta M_i} = \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial M_i} - \partial_{\mu} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial (\partial_{\mu} M_i)}$ (siehe [15, S. 15]).
- i, j ist in räumlicher Darstellung aus $\{1, 2, 3\}$, α nur aus $\{1, 2\}$.

Literaturverzeichnis

- [1] T. Jeong and W. E. Pickett. Implications of the B20 crystal structure for the magnetoelectronic structure of MnSi. *Phys. Rev. B*, 70:075114, Aug 2004.
- [2] S. Mühlbauer, B. Binz, F. Jonietz, C. Pfleiderer, A. Rosch, A. Neubauer, R. Georgii, and P. Böni. Skyrmion Lattice in a Chiral Magnet. *Science*, 323(5916):915–919, 2009.
- [3] Y. Ishikawa, G. Shirane, J. A. Tarvin, and M. Kohgi. Magnetic excitations in the weak itinerant ferromagnet MnSi. *Phys. Rev. B*, 16:4956–4970, Dec 1977.
- [4] Christoph Schütte. *Skyrmions and Monopoles in Chiral Magnets & Correlated Heterostructures*. PhD thesis, Universität zu Köln, 2014.
- [5] A. Bogdanov and A. Hubert. Thermodynamically stable magnetic vortex states in magnetic crystals. *Journal of Magnetism and Magnetic Materials*, 138(3):255–269, 1994.
- [6] XZ Yu, Y Onose, N Kanazawa, JH Park, JH Han, Y Matsui, N Nagaosa, and Y Tokura. Real-space observation of a two-dimensional skyrmion crystal. *Nature*, 465(7300):901–904, 2010.
- [7] Naoto Nagaosa and Yoshinori Tokura. Topological properties and dynamics of magnetic skyrmions. *Nat Nano*, 8(12):899–911, Dec 2013. Review.
- [8] Albert Fert, Cros Vincent, and Sampaio Joao. Skyrmions on the track. *Nat Nano*, 8(3):152–156, mar 2013. 10.1038/nnano.2013.29.
- [9] Jan Müller. Magnetic Skyrmions on a Two-Lane Racetrack. *ArXiv e-prints*, June 2016.
- [10] Shi-Zeng Lin and Avadh Saxena. Noncircular skyrmion and its anisotropic response in thin films of chiral magnets under a tilted magnetic field. *Phys. Rev. B*, 92:180401, Nov 2015.
- [11] Christoph Schütte and Markus Garst. Magnon-skyrmion scattering in chiral magnets. *Phys. Rev. B*, 90:094423, Sep 2014.
- [12] Jan Müller, Achim Rosch, and Markus Garst. Edge instabilities and skyrmion creation in magnetic layers. *New Journal of Physics*, 18(6):065006, 2016.
- [13] Karin Everschor. *Current-Induced Dynamics of Chiral Magnetic Structures: Skyrmions, Emergent Electrodynamics and Spin-Transfer Torques*. PhD thesis, Universität zu Köln, 2012.

- [14] Utkan Güngördü, Rabindra Nepal, Oleg A. Tretiakov, Kirill Belashchenko, and Alexey A. Kovalev. Stability of skyrmion lattices and symmetries of quasi-two-dimensional chiral magnets. *Phys. Rev. B*, 93:064428, Feb 2016.
- [15] Alexander Altland and Ben Simons. *Condensed Matter Field Theory*. Cambridge University Press, Leiden, 2. edition, 2010.

Danksagung und Selbstständigkeitserklärung

Zum Schluss der Arbeit möchte ich mich bei Prof. Achim Rosch bedanken, der mir dieses interessante Thema vorschlug und mich bei der Bearbeitung stets unterstützte. Weiterhin bedanke ich mich bei Jan Müller für seine intensive Betreuung. Auch danke ich der Arbeitsgruppe, die einem bei Fragen immer zur Seite stand, meiner Freundin für die vielen Korrekturen und Anregungen, sowie Allen die mich bei der Erstellung unterstützt haben.

Hiermit versichere ich an Eides statt, dass ich die vorliegende Arbeit selbstständig und ohne die Benutzung anderer als der angegebenen Hilfsmittel angefertigt habe. Alle Stellen, die wörtlich oder sinngemäß aus veröffentlichten und nicht veröffentlichten Schriften entnommen wurden, sind als solche kenntlich gemacht. Die Arbeit ist in gleicher oder ähnlicher Form oder auszugsweise im Rahmen einer anderen Prüfung noch nicht vorgelegt worden. Ich versichere, dass die eingereichte elektronische Fassung der eingereichten Druckfassung vollständig entspricht.

Köln, 28. Juni 2016

.....

Christian Faber

