Institut für Theoretische Physik
Universität zu Köln

Prof. Dr. S. Trebst
Christoph Berke

Statistische Physik

Blatt 1

WS 2020/21

Abgabe: Montag, **09.11.2020**, 10:00 Uhr **Besprechung**: Dienstag, 10.11.2020

Webseite: www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2020-StatPhys.shtml

Aufgabe 4: Tiny cube (3 Punkte)

In dieser Aufgabe betrachten wir den kleinen Bruder des *Rubik's cube*, den *Tiny cube*.
Dieser $2 \times 2 \times 2$ Würfel besteht, anders als sein großer Bruder, ausschließlich aus bewegbaren Ecksteinen (siehe Abb. 1).

a) In wie viele unterschiedliche Konfigurationen kann der *Tiny cube* gedreht werden?

b) Wie viele Tage würde es etwa dauern, alle Konfigurationen durchzugehen?
Hinweis: Nehmen Sie der Einfachheit halber an, dass eine Drehung 0.2 *Sekunden dauert und jede Drehung eine neue Konfiguration ergibt.*

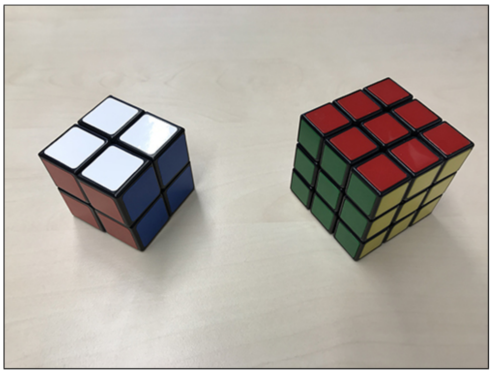
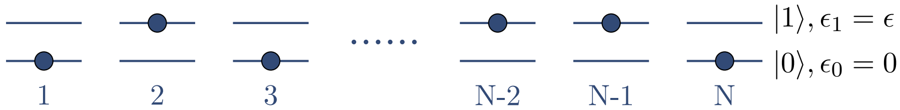


Abbildung 1: Tiny cube (links) und Rubik's cube (rechts).

Aufgabe 5: Zwei-Niveau-System und negative Temperaturen (9 Punkte)

Wir betrachten ein System aus N unterscheidbaren, nicht-wechselwirkenden Teilchen, die an ihren Gitterplätzen fixiert sind. Jedes Teilchen kann sich in einem von zwei möglichen Zuständen $|0\rangle$ und $|1\rangle$ mit den Energien $\epsilon_0 = 0$ und $\epsilon_1 = \epsilon$ befinden.



a) Berechnen Sie die Anzahl der Mikrozustände $\Omega(E)$ als Funktion der Gesamtenergie $E = n\epsilon$, wobei n die Anzahl der Teilchen mit Energie ϵ bezeichnet.

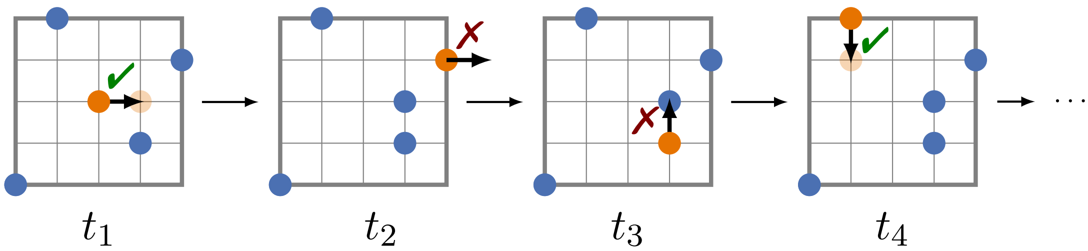
b) Berechnen Sie die Entropie $S(E)$ des Systems und zeigen Sie, dass diese extensiv ist. Skizzieren Sie $S(E)$. *Hinweis: Benutzen Sie die Stirling-Formel* $\ln x! \approx x \ln x - x$.

c) In der statistischen Physik definiert man die Temperatur als $1/T = \partial S/\partial E$. Warum ist diese Definition mit unser Alltagserfahrung „Wärme fließt von warm nach kalt “verträglich (Skript, S.7-9)? Berechnen Sie die zu einer Gesamtenergie E gehörende Temperatur $T(E)$. Invertieren Sie die Relation und bestimmen Sie die Energie E im Grenzfall $T \to \infty$.

d) Was fällt Ihnen an $T(E)$ für $E > \frac{N}{2}\epsilon$ auf? Erklären Sie dieses Phänomen anhand der Skizze aus b) und den Ergebnissen aus c). Zeichnen Sie in Ihre Skizze aus b) die folgenden Temperaturen ein: $T = \infty, T = -\infty, T = 0^-, T = 0^+$. Warum beobachtet man in einem Gassystem keine negativen Temperaturen?

Aufgabe 6: Thermalisierung eines Gittergases (6 + 4 Punkte)

In dieser Aufgabe simulieren wir die Dynamik eines einfachen Gasmodells. Die Gasteilchen bewegen sich auf einem zweidimensionalen Gitter, dessen Plätze durch maximal ein Teilchen besetzt werden können. Innerhalb eines Zeitschritts wird ein zufälliges Teilchen ausgewählt und versucht, es um einen Gitterplatz in eine zufällig ausgewählte Richtung zu bewegen. Dieser Schritt wird akzeptiert, wenn der Gitterplatz frei ist und innerhalb der Gittergrenzen liegt.



a) Auf der Homepage haben wir ein **Notebook** bereitgestellt, in dem die grundlegende Struktur bereits implementiert ist. Fügen Sie den oben beschriebenen Updateschritt ein und simulieren Sie das Verhalten einer zufällig gewählten Startkonfiguration.

b) **Zusatzaufgabe:** Grenzen Sie die Bewegung der Gasteilchen zunächst auf einen kleineren Teil des Gitters ein. Vereinfachend sollten Sie den Bereich und das Gitter als quadratisch annehmen. Wann immer ein oder mehrere Teilchen an die Begrenzung stoßen, vergrößern Sie den zugänglichen Bereich und wenn sich kein Teilchen an der Grenze befindet, wird der zugängliche Teil verkleinert. So können Sie elastische Wände simulieren. Beschreiben Sie qualitativ, wie sich die Größe des zugänglichen Bereichs als Funktion der Teilchendichte verhält.