

Statistische Physik

Blatt 9

Wintersemester 2023/24

Abgabe: Montag, 11.12.2023, 10:00 Uhr

Besprechung: Dienstag, 12.12.2023

Webseite: <https://www.thp.uni-koeln.de/trebst/Lectures/2023-StatPhys.shtml>

Aufgabe 29: Kreisprozess (8 Punkte)

Ein Kreisprozess arbeite mit einem idealen Gas mit konstanter, temperaturunabhängiger spezifischer Wärme $C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V$. Er bestehe aus den folgenden vier Schritten:

- (i) $1 \rightarrow 2$: Isotherme Expansion ($T = T_1 = \text{const}$).
- (ii) $2 \rightarrow 3$: Isochore Abkühlung ($V = V_2 = \text{const}$).
- (iii) $3 \rightarrow 4$: Isotherme Kompression ($T = T_2 = \text{const}$).
- (iv) $4 \rightarrow 1$: Isochore Erwärmung ($V = V_1 = \text{const}$).

- a) Skizzieren Sie den Kreisprozess in einem p - V -Diagramm und in einem T - S -Diagramm. Zeichnen Sie jeweils ein, wo Wärme zugeführt und wo Wärme abgeführt wird.
- b) Berechnen Sie die geleistete Arbeit und die zu- bzw. abgeführte Wärme für jeden der vier Schritte.
- c) Berechnen Sie den Wirkungsgrad $\eta = \frac{-\Delta W}{Q_{\text{zu}}}$, wobei ΔW die Summe aller Arbeitsleistungen und Q_{zu} die dem System insgesamt zugeführte Wärme ist.
- d) Wie ändert sich der Wirkungsgrad, wenn die im Schritt $2 \rightarrow 3$ abgegebene Wärmemenge zwischengespeichert und dem Gas im Schritt $4 \rightarrow 1$ wieder zugeführt wird?

Aufgabe 30: Wärmepumpe vs. Heizung (3 Punkte)

Eine Wärmepumpe operiert als Carnot-Prozess zwischen der Außentemperatur T_A und der Raumtemperatur $T_R > T_A$. Der Raum gibt mit der Rate $r = \alpha(T_R - T_A)$ Wärme nach außen ab, wobei α eine Konstante ist. Die Pumpe wirkt diesem Wärmefluss entgegen. Sie wird mit der Leistung P betrieben.

- a) Die Gleichgewichtstemperatur des Raumes ist dadurch ausgezeichnet, dass Wärmeverlust und zugeführte Wärme sich exakt ausgleichen. Dann ist T_R konstant. Berechnen Sie die Raumtemperatur im Gleichgewicht, T_R^g , als Funktion von T_A , α und P .

- b) Die Wärmetemperatur wird durch eine Heizung ersetzt, die mit gleicher Leistung betrieben wird und diese zu 100% in Wärme umsetzen kann. Ist die Heizung effektiver als die Wärmepumpe?

Aufgabe 31: Adiabatische Zustandsänderungen (3 Punkte)

Adiabatischen Zustandsänderungen ($dQ = 0$) wurden in der Vorlesung etwa im Zusammenhang mit dem Carnot-Prozess betrachtet. In dieser Aufgabe wollen wir den Zusammenhang zwischen Druck und Volumen für solche adiabatischen Prozesse herleiten. Im speziellen betrachten wir wieder ein ideales Gas in drei Dimensionen mit konstantem $C_V = \left(\frac{\partial E}{\partial T}\right)_V$. Zeigen Sie, dass auf den Adiabaten im p - V -Diagramm der Zusammenhang $pV^{\frac{5}{3}} = \text{const}$ gilt. *Hinweis:* Wie lautet der erste Hauptsatz für $dQ = 0$? Wie kann man dE durch dT ausdrücken?

Aufgabe 32: Maxwellscher Dämon (6 Punkte)

If someone points out to you that your pet theory of the universe is in disagreement with Maxwell's equations – then so much the worse for Maxwell's equations. If it is found to be contradicted by observation – well, these experimentalists do bungle things sometimes. But if your theory is found to be against the second law of thermodynamics I can give you no hope; there is nothing for it but to collapse in deepest humiliation.

Sir Arthur Stanley Eddington

Der zweite Hauptsatzes der Thermodynamik besagt, dass es nicht möglich ist, ein Perpetuum mobile 2. Art zu bauen. Der *Maxwellsche Dämon* möchte trotzdem versuchen, ein solches zu konstruieren. Zwei Varianten dieses Dämons sind in Abbildung 1 skizziert. Kernstück beider Varianten ist eine Trennwand in der Mitte einer mit Gas gefüllten Box, die vom Dämon ohne Energieaufwand geöffnet und geschlossen werden kann.

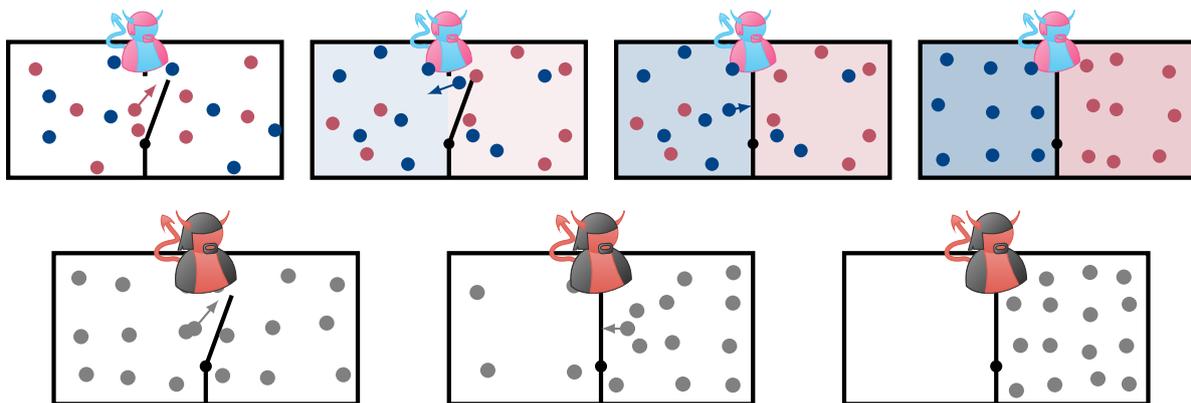


Abbildung 1 – Zwei Varianten des Maxwellschen Dämons: Der Temperatur-Dämon (oben) und der Druck-Dämon (unten). Schnelle Gasteilchen sind rot, langsame blau markiert.

- a) Erklären Sie anhand von Abbildung 1 in wenigen Sätzen (ohne Formeln) die Funktionsweise des *Temperatur*-Dämons, und des *Druck*-Dämons. Erläutern Sie insbesondere, warum die Dämonen den zweiten Hauptsatz verletzen.

Wir betrachten jetzt ein einfacheres Modell, bestehend aus einem einzelnen Atom in einer Box in Kontakt mit einem Reservoir der Temperatur T . Sobald das Atom in der linken Hälfte der Box ist, fügen wir in der Mitte eine Trennwand ein. Danach lassen wir das Gas isotherm expandieren. Dabei wird dem Reservoir Wärme entzogen. Anschließend beginnt der Prozess von vorne.

b) Berechnen Sie die Entropieänderung des Reservoirs in einem Durchlauf.

Der zweite Hauptsatz gilt nur für abgeschlossene Systeme. In b) wurden sowohl das Reservoir, als auch das einzelne Atom in der Box betrachtet, nicht aber der Dämon!

c) Retten Sie den zweiten Hauptsatz mit Hilfe des Landauer-Prinzips, das besagt, dass das Löschen eines Bits Information die Entropie $S = k_B \ln 2$ erzeugt.

Das hier besprochene Gedankenexperiment wurde im Jahr 1871 von James C. Maxwell veröffentlicht. Seitdem wurde diese Idee oft aufgegriffen und erweitert. Die Bemühungen, die scheinbaren Verletzungen des zweiten Hauptsatzes zu erklären haben viel zu unserem heutigen Verständnis von Statistischer Physik, Thermodynamik und Informationstheorie beigetragen und tun dies immer noch. Die von Leo Szilard (1929) vorgeschlagene Vereinfachung, die wir in b) besprochen haben, hat erstmalig – wenn auch noch vage – einen Zusammenhang zwischen Entropie und Information aufgezeigt, und damit zur Grundlage der Informationstheorie beigetragen. Der Maxwellsche Dämon und die Unverbrüchlichkeit des zweiten Hauptsatzes haben es auch außerhalb der Physik zu einiger Bekanntheit gebracht, und Eingang in Literatur, Fernsehserien oder Comics gefunden.