Zellularautomaten simulieren Straßenverkehr

M. Schreckenberg[1], A. Schadschneider[2], K. Nagel[3]

In den letzten Jahren ist über einen neuartigen Zugang mit Zellularautomaten [1] das theoretische Verständnis von Straßenverkehr wesentlich verbessert worden. Dabei werden die Fahrzeuge als diskrete Objekte betrachtet, die sich nach einfachen stochastischen Regeln auf einem Gitter bewegen. Mit diesem neuen Modellansatz ist es gelungen, erstaunlich gute Übereinstimmung mit an „realem" Verkehr gemessenen Daten zu erzielen. Es ist sogar möglich, große Straßennetzwerke in mehrfacher Echtzeit zu simulieren und so Verkehrsprognosen und -planungen in einer bisher nicht gekannten Größenordnung durchzuführen. Die physikalischen Eigenschaften des Modells sind äußerst vielschichtig und offenbaren ganz neue Sichtweisen in die Verkehrsproblematik.

Einleitung

Die Bewegung von Fahrzeugen auf Straßennetzwerken (Autobahnen, Landstraßen und insbesondere Innenstädten) ist ein kompliziertes und noch nicht bis ins letzte Detail verstandenes dynamisches Phänomen. Jeder Autofahrer wird heute fast täglich mit dem „Stau aus dem Nichts" konfrontiert, der schon bei mäßig dichtem Verkehr den Fahrzeugfluß empfindlich stören kann. Ohne ersichtlichen Grund kommen die Autos zum Stillstand, um nach einer Weile ihre Fahrt wieder aufzunehmen. Das Verständnis solcher Ereignisse und damit auch die Möglichkeit zu ihrer Vermeidung bleibt bisher weitgehend auf der Strecke. Dies ist um so erstaunlicher, da es genügend mehr oder minder erfolgreiche theoretische Ansätze zur Klärung der wichtigsten Fragen gibt. Dabei hat sich insbesondere der hydrodynamische Zugang, bei dem Verkehr im wesentlichen als kontinuierlicher Fluß von Fahrzeugen angesehen wird, bewährt. Diese Ideen wurden erstmals in der bedeutenden Theorie von Lighthill und Whitham [2, 3, 4] verwirklicht, in der der Begriff der „kinematischen Welle" geprägt wurde. Damit ist gemeint, daß sich

[1] **Priv.-Doz. Dr. Michael Schreckenberg, Theoretische Physik/FB10, Universität Duisburg, 47048 Duisburg**

[2] **Dr. Andreas Schadschneider, Institut für Theoretische Physik, Universität zu Köln, Zülpicher Str. 77, 50937 Köln**

[3] **Dr. Kai Nagel, Los Alamos National Laboratory, Los Alamos NM 87545, USA**

neben den Fahrzeugen selbst eine Dichtewelle in oder entgegen der Fahrtrichtung bewegt. Fast alle in der Folgezeit formulierten Ansätze benutzten diese Theorie als Ausgangspunkt. Dabei konnten durch Einführung von zusätzlichen Parametern immer subtilere Effekte (psychologische) einbezogen werden, so daß eine grobe qualitative Übereinstimmung mit gemessenen Daten erzielt werden konnte. Da es sich dabei aber durchweg um Kontinuumsbeschreibungen handelt, ist eine Auflösung nach einzelnen Fahrzeugen, wie es für konkrete Situationen wünschenswert wäre, schwierig. Schließlich werden lokale Fluktuationen, die bei allen Fließvorgängen eine wesentliche Rolle spielen, nur sehr unzureichend einbezogen. Diese sind besonders stark bei maximalem Fluß, also in dem Regime, an dem man (zumindest oberflächlich gesehen) am meisten interessiert ist. Besonders unnatürlich an dieser Beschreibung ist aber, daß ein tatsächlich auch auf makroskopischer Ebene diskretes Phänomen wie Straßenverkehr durch kontinuierliche Differentialgleichungen beschrieben wird, die aber, da analytisch nicht lösbar, zur numerischen Untersuchung diskretisiert werden müssen.

Der naheliegende Ausweg hieraus sind *mikroskopische* Modelle, auch Fahrzeugfolgemodelle genannt. Hier werden sowohl Raum als auch Zeit als kontinuierlich angesehen und Bewegungsgleichungen für die einzelnen Fahrzeuge aufgestellt. Das Verhalten eines Fahrers wird hier vollständig durch seine „Wechselwirkung“ mit dem Vordermann bestimmt. Für diese Modelle sind eine Reihe von exakten Ergebnissen bekannt. Die rechnerische Behandlung der entsprechenden diskretisierten Gleichungen ist allerdings aufgrund von numerischen Instabilitäten problematisch. Diese Probleme werden umgangen, wenn man direkt mit einem diskreten Modell startet und nicht nur die Fahrzeuge separat darstellt, sondern auch nur diskrete Werte für Ort, Zeit und damit Geschwindigkeit zuläßt. Die Diskretisierung der Zeit ist einfach als stroboskopartige Aufnahme von aufeinderfolgenden Bildern im Abstand von wenigen Sekunden zu verstehen. In der Tat werden bei Verkehrszählungen Fenster von wenigen Minuten gesetzt, in denen die Daten aufsummiert werden. Die elementare Länge des diskreten („quantisierten“) Raumes kann einfach angesehen werden als der Raum, den ein Fahrzeug im dichtesten Stau einnimmt, das sind rund 7,5 Meter nach bekannten Messungen. Im folgenden werden wir ein Modell vorstellen, das diese Ideen umsetzt.

Das Modell

Wir wollen zunächst mit dem einfachsten Fall starten, nämlich Einspurverkehr auf einer kreisförmigen Straße (d.h. mit periodischen Randbedingungen). Die Straße wird unterteilt in L Zellen von je 7,5 Metern Länge (Abb. 1). In jeder dieser Zellen kann sich kein oder maximal ein Fahrzeug befinden, Zwischenzustände gibt es nicht. Die Fahrzeuge selbst besitzen nur einen internen weiteren (diskreten) Parameter, nämlich ihre Geschwindigkeit v. Mit diesem Parameter wird einerseits eine Maximalgeschwindigkeit v_{max} fest vorgegeben und andererseits die

Beschleunigung kontrolliert. Ein diskreter Zeitschritt selbst erfolgt in vier aufeinanderfolgenden Teilschritten, und zwar für alle Fahrzeuge *gleichzeitig* („paralleler Update"). Dadurch werden unerwünschte Effekte, die durch die Reihenfolge des Updates der Fahrzeuge entstehen, vollständig unterdrückt. Die vier Unterschritte beschreiben die Veränderung der Geschwindigkeit sowie das tatsächliche Fahren [5]:

1) **Beschleunigung:** Alle Fahrzeuge mit Geschwindigkeit v, die kleiner als die Maximalgeschwindigkeit v_{max} ist, beschleunigen um eine Geschwindigkeitseinheit $[v \to v+1]$.

2) **Abbremsen:** Ist der Abstand d eines Fahrzeuges zum vorausfahrenden (d.h. die Zahl der freien Zellen vor dem Fahrzeug) nicht größer als seine momentane Geschwindigkeit v (d.h. $d \leq v$), so wird es auf die neue Geschwindigkeit $d-1$ abgebremst $[v \to d-1]$.

3) **Trödeln:** Mit einer vorgegebenen Wahrscheinlichkeit p wird die Geschwindigkeit eines fahrenden Fahrzeugs ($v > 0$) um Eins verringert $[v \to v-1]$.

4) **Fahren:** Jedes Fahrzeug wird v Plätze weiterbewegt.

Die konkrete Bedeutung der Schritte ist unmittelbar einsichtig. Schritt 1) trägt dem Willen aller Autofahrer Rechnung, so schnell wie möglich (bzw. erlaubt) zu fahren. Schritt 2) dient der Verhinderung von Auffahrunfällen und stellt die Wechselwirkung der Fahrzeuge untereinander dar. Der dritte Schritt modelliert vier verschiedene Dinge: (i) die Tatsache, daß man selbst bei „freier Fahrt" aufgrund von (geringen) natürlichen Schwankungen im Fahrverhalten, wie dem Einfluß der Umgebung, nicht immer mit einer konstanten „Wunschgeschwindigkeit" fährt; (ii) Schwankungen, wenn man einem Fahrzeug folgt (Follow-the-Leader-Situation); (iii) Überreaktionen beim Bremsen; und (iv) Schwankungen und Verzögerungen beim Beschleunigen. Im letzten Schritt 4) schließlich wird die Bewegung der Fahrzeuge tatsächlich durchgeführt.

Läßt man Schritt 3) fort (d.h. $p = 0$), so wird damit jeglicher Zufall aus dem Modell entfernt und die Dynamik entwickelt sich vollkommen deterministisch aus dem gegebenen Anfangszustand. In diesem Fall wird die Struktur des Anfangszustandes das System für alle Zeiten prägen. Die entspricht aber nicht der (eigenen) Erfahrung: Das Unvorhergesehene bestimmt eigentlich das Verhalten. Schritt 3) wird damit zur entscheidenden Quelle von Zufallsrauschen in dem Modell. Ebenfalls entscheidend für die komplexe Dynamik ist das Wechselspiel von Energiezufuhr und Dissipation: Die für das Beschleunigen vom Motor produzierte Energie wird beim Bremsen wieder an die Umwelt in Form von Reibungswärme abgegeben. Diese Interpretation legt die enge Verbindung zu granularer Materie (z.B. Sand, Pillen, Getreide etc.) unter dem Einfluß von Gravitation oder anderen „treibenden“ Kräften nahe. Dort wird die Energie allerdings durch Stöße dissipiert, was beim Straßenverkehr (glücklicherweise) die Ausnahme darstellt. Bei Sand zum Beispiel erhöhen die Stöße lediglich die innere Wärme der Sandkörner.

Obige Regeln simulieren eine kreisförmige Straße ohne Zu- und Abfahrten. Deshalb bleibt die Zahl N der Autos konstant. Gleichzeitig sind die Regeln so angelegt, daß sich zu keiner Zeit mehr als ein Auto in einer Zelle befindet, d.h. es passieren, wie erwähnt, in diesem Modell keine Auffahrunfälle. Natürlich ist es möglich, die Regeln so abzuändern, daß weitere Effekte berücksichtigt werden. So kann man z.B. die Situation einer Baustelle, an der sich die Anzahl der zur Verfügung stehenden Fahrspuren verringert (z.B. von zwei auf eine). Diese sogenannten Bottlenecks („Flaschenhälse“) entsprechen beim Sand der Situation in einem Trichter [6]. Natürlich sind für realistische Situationen verschiedene Fahrzeugtypen (PKW, LKW) ebenso wie individuelles Fahrverhalten erforderlich, d.h jedem Fahrzeug wird sein eigener Wert für v_{max} und p zugeordnet. Der Wert von v_{max} muß der tatsächlichen Höchstgeschwindigkeit V_{max} angepaßt werden. Geht man von einem Zeitfenster in der Größenordnung von einer Sekunde aus, so ist v_{max} gegeben durch

$$v_{max} = \frac{V_{max}}{1 \text{ sec} \times 7.5 \text{ m}} = \text{Anzahl Gitterplätze/Zeitschritt} \tag{1}$$

Für $V_{max} = 120\,\text{km/h}$ ergibt sich somit z.B. 4.5 Gitterplätze/Zeitschritt. Diesen Wert kann man für ein realistisches Bild eines amerikanischen Highway zugrundelegen. Die Simulationen sind im wesentlichen für diesen Fall durchgeführt worden, d.h. mit $v_{max} = 5$ und $p = 1/2$, was zu einer Durchschnittsgeschwindigkeit von $v = 4.5$ für frei fließenden Verkehr führt (Abb. 2).

Die wichtigste Kenngröße zur Beschreibung von Verkehr ist das sogenannte Fundamentaldiagramm, das den Verkehrsfluß (Strom) f in Abhängigkeit von der Fahrzeugdichte c angibt. Es hat eine charakterische Form, die aus zahlreichen Messungen an realem Verkehr gewonnen wurde (Abb. 3). Für kleine Dichten ist f proportional zu c, da in diesem Fall die Wechselwirkung zwischen den Fahrzeugen (Teilschritt 2) keine Rolle spielt. Die Proportionalitätskonstante ist gerade die mittlere Geschwindigkeit eines einzelnen Autos, also $v = 4.5$ für $v_{max} = 5$ und $p = 1/2$. Bei höheren Dichten ist diese Proportionalität nicht mehr erfüllt und schließlich wird die Fahrzeugdichte so groß, daß der Fluß nicht mehr weiter ansteigt. Für sehr große Dichten sinkt der Fluß wieder auf Null ab, bis schließlich alle Fahrzeuge zum Stillstand kommen. Dieser Zustand ist aus einschlägigen Verkehrsnachrichten hinreichend bekannt.

Eine zentrale Forderung an ein Verkehrsmodell ist, daß es für geeignete Parameterwerte die typischen 'experimentell' gefundenen Fundamentaldiagramme reproduziert. Wir haben daher mit analytischen und numerischen Methoden zunächst die Fundamentaldiagramme für das Modell als Funktion der Parameter v_{max} und p bestimmt.

Ergebnisse

Der Fall einfachste Fall $v_{max} = 1$, bei dem die Fahrzeuge nur stehen oder mit einer einheitlichen Geschwindigkeit fahren können, läßt sich der stationäre Zustand vollständig analytisch behandeln. Mit Hilfe einer verallgemeinerten Mean-field Methode, bei der auch die Korrelationen mit nächsten Nachbarn berücksichtigt werden, findet man folgende exakte Beziehung [7]:

$$f(c,p) = \frac{1 - \sqrt{1 - 4(1-p)c(1-c)}}{2}. \qquad (2)$$

Hier zeigt sich direkt, daß $v_{max} = 1$ natürlich keine realistische Beschreibung von Verkehr zuläßt, denn das Maximum des Flusses findet sich bei einer Dichte von $c = 1/2$, während es bei den experimentell bestimmten Fundamentaldiagrammen bei wesentlich kleineren Werten liegt. Für $v_{max} > 1$ ist bisher keine exakte Lösung bekannt. Man ist daher entweder auf Näherungsmethoden oder Computersimulationen angewiesen. Diese zeigen, daß das Maximum tatsächlich zu kleineren Werten verschoben wird. Für die „realistische" Geschwindigkeit $v_{max} = 5$ liegt es bei etwa $c = 0.1$ und stimmt damit gut mit den experimentellen Werten überein. Hierbei ist zu bemerken, daß die Kapazität (= maximaler Fluß) in der Praxis nur sehr schwierig zu bestimmen ist. Messungen in der Realität zeigen ausgerechnet an dieser Stelle sehr hohe Fluktuationen, so daß zur exakten Bestimmung der Kapazität das bisherige Datenmaterial nicht ausreichend ist. Bei Simulationen ist es natürlich einfach, über viele Monte-Carlo-Läufe unter verschiedensten Randbedingungen zu mitteln.

Die wichtigste Frage aus Sicht des alltäglich staugeplagten Wissenschaftlers ist: Welche physikalischen Phänomene begrenzen den Durchfluß einer Straße? Die analytischen Rechnungen liefern zwar eine gute Näherung, aber zunächst nur wenig Einsicht. Eine leere Straße (Dichte $c = 0$) hat genauso wie eine vollbesetzte Straße ($c = 1$) keinerlei Transportleistung f; dazwischen muß die Funktion $f(c)$ also (mindestens) ein Maximum f_{max} besitzen. Simulationen dagegen zeigen, daß spontane Staubildungen bereits bei Dichten $c < c_{max}$ auftreten. Diese Staus sind weitestgehend voneinander unabhängig. Der Stau aus dem Nichts wird durch zufällige Verlangsamung einzelner Fahrzeuge verursacht und löst sich ebenso zufällig wieder auf. Für Dichten $c > c_{max}$ ändert sich dies drastisch: Das System wird nun von langlebigen Staus dominiert, die das gesamte System durchziehen und sich auch gegenseitig beeinflussen.

Dazwischen befindet sich ein dynamischer Phasenübergang, an dem die Lebensdauer einzelner Staus divergiert und charakteristische Größen Potenzverhalten zeigen. Neuere Untersuchungen haben gezeigt, daß dieser Übergang noch vor Erreichen des maximalen Flusses stattfindet: Die spontane Staubildung wird zum beherrschenden Mechanismus. Dieses interessante Phänomen zeigt sich aber noch an einer anderen Stelle: dem Anfahren aus dem sogenannten „Megastau“ (Abb. 4). Dabei läßt man die Fahrzeuge aus einem unendlich langen Stau heraus starten. Hierbei zeigt sich, daß sich das System ohne äußere Einwirkung von selbst an den kritischen Punkt (also nicht an den Punkt maximalen Flusses) bewegt, wie dies auch von Messungen her bekannt ist. Man hat es hierbei also offensichtlich mit selbstorganisiert kritischem Verhalten zu tun, das zur Zeit in der Physik sehr intensiv diskutiert wird. Man kann auch noch eine ganze Menge weiterer Erkenntnisse gewinnen. Durch eine effektive Anziehung zwischen den Fahrzeugen clustert der Verkehr: Es wechseln sich Bereiche mit hoher und niedriger Dichte ab, d.h. entweder steht ein Fahrzeug im Stau oder es bewegt sich relativ zügig. Dies ist aus der perönlichen Erfahrung auf Autobahnen fast jedem Autofahrer geläufig. Man lernt auch, daß das bestimmende Element für den Verkehrsfluß das Beschleunigungsverhalten ist, nicht aber die Art des Bremsens. Dadurch versteht man auch die Ähnlichkeit zu Fließvorgängen von Sand in einem vertikalen Rohr, da Sandkörner durch Stöße untereinander gebremst werden (und keinen Straßenverkehrsregeln gehorchen!), dies spielt jedoch auf makroskopischer Ebene nur eine untergeordnete Rolle.

Weitere Entwicklungen

Für die Untersuchung komplexer, realitätsnaher Situationen sind Computersimulationen unabdingbar. Seit Mai letzten Jahres versucht der interdisziplëre Forschungsverbund „Verkehrssimulation und Umweltwirkungen“ auf der Grundlage des Zellularautomaten ein Mikrosimulationsmodell für vernetzten Verkehr in Nordrhein-Westfalen zu erstellen. In dem Verbund sind neben Physikern Mathematiker, Informatiker, Verkehrswissenschaftler und Meteorologen damit beschäftigt, den Verkehr auf Autobahnen und Bundesstraßen zu simulieren, um eine Verkehrsanalyse und in der Zukunft eventuell auch eine statistische Verkehrvorhersage (ähnlich dem Wetterbericht) zu ermöglichen. Die Ausgangsdaten werden aus einer großen Anzahl von Zählschleifen gewonnen und Online ausgewertet. Ein solches Projekt ist mit herkömmlichen Theorien unvorstellbar gewesen. In einem weiteren „Pilotprojekt“ soll der Innenstadtverkehr von Duisburg modelliert werden. Die höhere Komplexität des Straßennetzwerks mit Kreuzungen und ständig wechselnden Randbedingungen macht diese Aufgabe jedoch wesentlich komplizierter.

Trotz der Einfachheit des Modells ist für die Simulation großer Straßennetzwerke in Echtzeit (oder sogar schneller) ein erheblicher Rechenaufwand notwendig. So wurde schon das gesamte Autobahnnetz von Deutschland mit 1 Million Fahrzeugen in zehnfacher Echtzeit auf einem Parallelrechner am Zentrum für Paralleles

Rechnen der Universität Köln simuliert. In Zukunft wird man versuchen, durch „verteiltes Höchstleistungsrechnen“ in neue Dimensionen der Rechenleistung vorzustoßen. Man darf gespannt sein, welche neuen Aspekte sich dadurch ergeben werden.

Die bisherigen Untersuchungen haben klar gezeigt, daß der vorgestellte Zellularautomat tatsächlich als ein minimales Modell zur Beschreibung von Straßenverkehr angesehen werden kann. Es lassen sich die grundlegenden Phänomene sowohl qualitativ als auch quantitativ gut reproduzieren. Es ist sogar möglich, Mehrspurverkehr mit „landesüblichem“ Spurwechselverhalten nachzustellen (in der Tat ist das Wechselverhalten in Deutschland so, daß ab einer bestimmten Verkehrsdichte die linke Spur voller ist als die rechte). Auch Schnittstellen zwischen verschiedenen Straßentypen und spezielle Geometrien wie z.B. Kreisverkehr sind ohne Probleme einbeziehbar. Auf Details kann hier aber nicht weiter eingegangen werden.

Besonders interessant ist auch der enge Bezug zu Modellen der asymmetrischen Diffusion oder für Oberflächenwachstum. In dem Proceedings-Band zu einem im letzten Oktober am HLRZ der KFA Jülich veranstalteten interdisziplinären Workshop zum Thema „Traffic and Granular Flow“ [8] sind diese Beziehungen ausführlich dargestellt.

Literatur

[1] S. Wolfram, *Theory and Applications of Cellular Automata*, World Scientific, Singapur, 1986

[2] M.J. Lighthill, G.B. Whitham: Proc. R. Soc. Lond. **A229**, 281 (1955)

[3] R. Kühne: Phys. Bl. **47**, 201 (1991)

[4] B.S. Konhäuser, B. Kerner: Phys. Rev. **E50**, 54 (1994)

[5] K. Nagel, M. Schreckenberg: J. Physique **I 2**, 2221 (1992)

[6] H.J. Herrmann: Phys. Bl. **51**, 1083 (1995)

[7] M. Schreckenberg, A. Schadschneider, K. Nagel, N. Ito: Phys. Rev. **E51**, 2939 (1995)

[8] D.E. Wolf, M. Schreckenberg, A. Bachem, *Traffic and Granular Flow*, World Scientific, Singapur, 1996

Bildunterschriften

Abb.1: Zur Definition des Zellularautomaten. Die Zahlen geben die Geschwindigkeit des jeweiligen Fahrzeuges an.

Abb.2: Ausschnitt aus einem typischen Simulationsergebnis für das Modell mit $v_{max} = 5$. Das Bild zeigt die sich von links nach rechts bewegenden Fahrzeuge als Zahlen (= Geschwindigkeiten) in aufeinanderfolgenden Zeitschritten (von oben nach unten). In der Mitte hat sich ohne äußeren Einfluß ein „Stau aus dem Nichts“ gebildet. Man vergleiche dieses Bild mit Abb. 2 aus [3].

Abb.3: Gemessene (links) und simulierte (rechts) Fundamentaldiagramme. Man erkennt die charakteristische Verteilung der Meßwerte. Für die simulierten Werte ist zusätzlich die Kurve angegeben, die man bei Mittelung über viele sehr Läufe erhält. Der Pfeil markiert den kritischen Punkt, der deutlich unterhalb des Flußmaximums liegt.

Abb.4: Der „Megastau“ löst sich auf. In der linken Bildhälfte sieht man einen (unendlich) langen Stau, aus dem die Autos herausfahren. Der dabei entstehende Verkehrsfluß in der rechten Bildhälfte befindet sich genau am kritischen Punkt (siehe Abb. 3).