

Theoretische Physik in 2 Semestern II
2. Übung

www.thp.uni-koeln.de/~as/thp2sem1112.html

Abgabe: Dienstag, 25.10.2011

5. Heisenbergsche Unschärferelation

3+8 Punkte

- a) Werner Heisenberg kauft sich von seinem Preisgeld für den Nobelpreis einen $m = 1000$ kg schweren Sportwagen. Er fährt damit (viel zu schnell) über die Autobahn und gerät prompt in eine Radarfalle. Die Anlage zeigt eine Geschwindigkeit von $v = 360$ km/h an, wobei die Toleranz bei 3% liegt. Mit welcher Genauigkeit könnte man gleichzeitig den Ort des Autos bestimmen?
- b) Ein Elektron trifft mit $v = 10^6$ m/s auf einen Spalt der Breite $d = 10$ nm. In $L = 1$ cm Entfernung zum Spalt treffen die Elektronen auf einen Leuchtschirm (siehe Abbildung 1). Schätzen Sie über die Unschärferelation $\Delta x \cdot \Delta p \approx h$ die Breite $2b$ des Hauptmaximums ab.

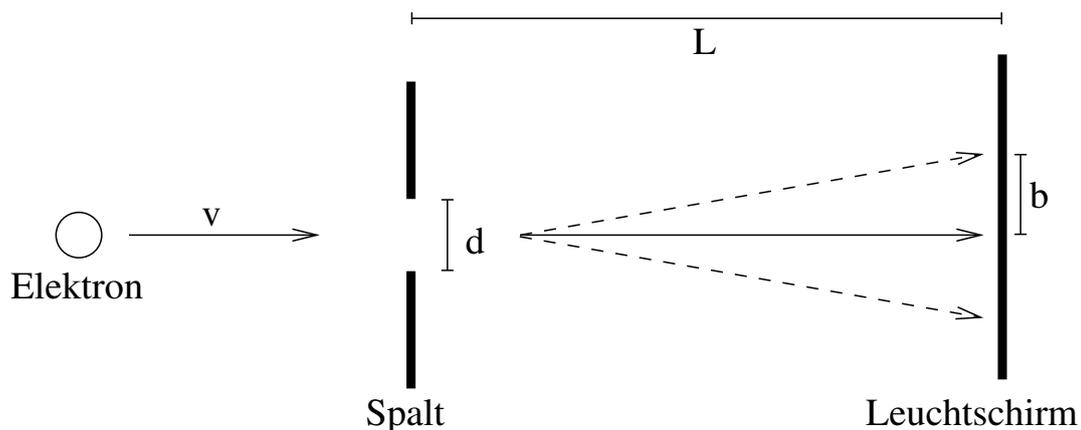


Abbildung 1: Schematischer Aufbau des Einzelspaltexperiments.

6. Fouriertransformation von Gauss-Funktionen

10 Punkte

Gegeben sei die Wahrscheinlichkeitsdichte

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}\right)$$

einer Normalverteilung. Berechnen Sie die entsprechende Fouriertransformierte

$$F(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-ikx) dx$$

mit Hilfe des Ergebnisses von Aufgabe 2b).

Hinweis: Benutzen Sie an geeigneter Stelle quadratische Ergänzung im Exponenten.

7. Potentialstufe

5+7+5+8+4 Punkte

In der Vorlesung wurde die Lösung der Schrödingergleichung

$$-\frac{\hbar}{2m} \frac{d^2}{dx^2} \Psi(x) + V(x)\Psi(x) = E\Psi(x) \quad (1)$$

für ein Teilchen im Kastenpotential behandelt. Wir betrachten nun die Schrödingergleichung mit einer Potentialstufe, also einem Potential der Form

$$V(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ V_0, & x > 0. \end{cases} \quad (2)$$

Das Teilchen habe eine konstante Energie E mit $0 < E < V_0$.

- a) Welche Gleichungen ergeben sich in den beiden Bereichen $x < 0$ und $x > 0$? Definieren Sie geeignete Variablen, um Schreibarbeit zu sparen und die Rechnung übersichtlich zu halten!
- b) Bestimmen Sie die allgemeinen Lösungen in beiden Bereichen und schreiben Sie sie in der Form

$$x \leq 0: \quad \Psi(x) = A \cdot f_1(x) + B \cdot f_2(x) \quad (3)$$

$$x > 0: \quad \Psi(x) = a \cdot g_1(x) + b \cdot g_2(x). \quad (4)$$

Was muss gelten, damit die Wellenfunktion für $x \rightarrow \infty$ nicht divergiert?

- c) Welche Bedingungen an die allgemeinen Lösungen ergeben sich, wenn man Stetigkeit von Ψ und Ψ' an der Stelle $x = 0$ fordert?
- d) Berechnen Sie daraus die Koeffizienten $\frac{B}{A}$, $\frac{a}{A}$ und $\frac{b}{A}$. Der letzte Koeffizient (A) ergibt sich aus der Normierung der Wellenfunktion und wird hier nicht berechnet.
- e) Skizzieren Sie die Aufenthaltswahrscheinlichkeit des Teilchens für $x > 0$. Interpretieren Sie das Ergebnis physikalisch.