Prof. Dr. A. Schadschneider
C. Eilhardt, S. Nowak

Wintersemester 2011/12

Theoretische Physik in 2 Semestern II

# 9. Übung

www.thp.uni-koeln.de/∼as/thp2sem1112.html

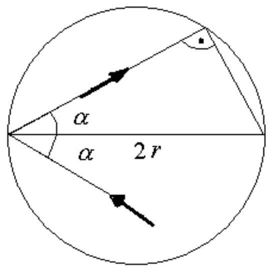
**Abgabe:** *Dienstag, 20. Dezember*

**Klausur (QM):** *Dienstag, 13. Dezember, 10-12 Uhr, Hörsaal 2*

**Fragestunde:** *Montag, 12. Dezember, 10-11:30 Uhr, Seminarraum I. Physik*

## 31. Kinetische Gastheorie *3+4+5*

In einer Hohlkugel mit dem Radius $r$ befinden sich $N$ Gasatome der Masse $m$, die sich alle mit der konstanten Geschwindigkeit $v$ bewegen (siehe Abbildung).




**a)** Ein Atom stößt unter dem Winkel $\alpha$ gegen die Normale vollkommen elastisch an die Kugelwand. Welche Impulsänderung erfährt es bei diesem einen Stoß?

**b)** Welche Zeit vergeht bis zum nächsten Stoß des Atoms? Welche Kraft üben die $N$ Atome demnach insgesamt auf die Kugelwand aus?

**c)** Welcher Druck $p$ wirkt auf die Kugelwand? Leiten Sie daraus die Gasgleichung $pV = Nk_\mathrm{B}T$ für ideale Gase her.
*Hinweis:* Zwischen kinetischer Energie pro Teilchen und Temperatur besteht allgemein die Beziehung $E_\mathrm{kin} = \frac{3}{2}k_\mathrm{B}T$.

## 32. Heißluftballon *9 Punkte*

Ein Heißluftballon hat ein Volumen von $V$ und (ohne Luft) eine Gesamtmasse von $M$. Die Außentemperatur sei $T_0$ und die Dichte (in Teilchen pro Volumen) der Umgebungsluft sei $n_0$. Die Luft dürfen Sie als ideales Gas mit Teilchengewicht $m$ betrachten. Leiten Sie eine Bedingung an das Volumen $V$ und die Temperatur $T$ des Ballons her.
*Hinweis:* Die Auftriebskraft ist gleich der Gewichtskraft der verdrängten Luft.

## 33. Adiabatengleichung *6+9 Punkte*

In dieser Aufgabe soll gezeigt werden, dass ein ideales Gas bei einer adiabatischen Zustandsänderung ($\delta Q = 0$) eine Kurve der Gestalt

$$pV^\gamma = \text{const.} \tag{1}$$

beschreibt, wobei

$$\gamma = \frac{C_\mathrm{V} + k_B N}{C_\mathrm{V}}$$

mit der Wärmekapazität $C_\mathrm{V}$ bei konstantem Volumen. Die Wärmekapazität gibt an, welche Wärmemenge $\delta Q$ bei einer Temperaturänderung $\mathrm{d}T$ gespeichert werden kann, also

$$C_\mathrm{V}\ \mathrm{d}T = \delta Q = p\ \mathrm{d}V + \mathrm{d}E$$

was bei konstanten Volumen ($\mathrm{d}V = 0$) zu $\mathrm{d}E = C_\mathrm{V}\ \mathrm{d}T$ führt.

**a)** Leiten Sie, ausgehend vom 1. Hauptsatz der Thermodynamik und der Definition von $C_\mathrm{V}$, die Gleichung

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}V} = -\frac{Nk_\mathrm{B}}{C_\mathrm{V}}\frac{T}{V} \tag{2}$$

her.

**b)** Zeigen Sie dass die Lösung von (2) die Adiabatengleichung (1) erfüllt.

## 34. Differentiale

*8+6 Punkte*

In der Thermodynamik betrachtet man oft infinitesimale Änderungen $\mathrm{d}f$ von Grössen $f$, die keine Zustandsgrössen sind (z.B. Wärme und Arbeit). Sie lassen sich deshalb nicht in der Form

$$\mathrm{d}f = \frac{\partial f}{\partial x}\mathrm{d}x + \frac{\partial f}{\partial y}\mathrm{d}y. \tag{3}$$

schreiben. Allgemein ist ein solches Differential von der Form

$$\delta F = a(x,y)\mathrm{d}x + b(x,y)\mathrm{d}y. \tag{4}$$

Existiert eine Funktion $f$ sodass $\delta F = \mathrm{d}f$, so heisst das Differential *vollständig*. Aus dem Vergleich von (4) und (3) folgt, dass dann $a = \partial f/\partial x$ und $b = \partial f/\partial y$ gelten muss. Eine *notwendige* Bedingung für die Vollständigkeit des Differentials ist deshalb

$$\frac{\partial a}{\partial y} = \frac{\partial b}{\partial x}. \tag{5}$$

**a)** Welche der folgenden Differentiale sind vollständig?

$$\text{(i)}\ \ \sin(x)\ \mathrm{d}x + \cos(y)\ \mathrm{d}y \qquad \text{(ii)}\ \ y\ \mathrm{d}x + x\ \mathrm{d}y \qquad \text{(iii)}\ \ e^y\ \mathrm{d}x + e^x\ \mathrm{d}y.$$

**b)** Lässt sich ein nicht-vollständiges Differential durch Multiplikation mit einer Funktion $g(x,y)$ in die vollständige Form bringen, so heisst $g$ *integrierender Faktor*. Finden Sie einen integrierenden Faktor zum Beispiel (iii).