
Theoretische Physik in 2 Semestern I
6. Übung

www.thp.uni-koeln.de/~as/thp2sem15.html

Abgabe: Montag, 01. Juni 2015

19. Mehrdimensionale Taylor-Entwicklung

3+2=5 Punkte

- a) Geben sie die Taylor-Reihe folgender Funktionen um den Punkt $(0,0)$ bis zur zweiten Ordnung, d.h. Terme wie x^3 , y^3 , x^2y und xy^2 können vernachlässigt werden.

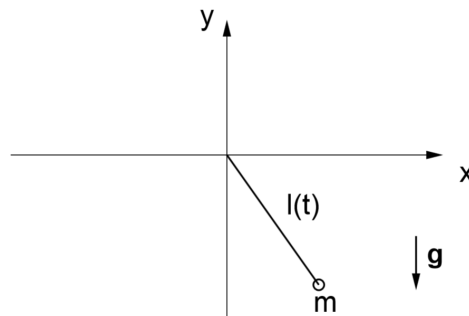
$$f(x, y) = \exp(x + y) \quad g(x, y) = \exp(xy) \quad h(x, y) = \frac{1}{c + x - y}$$

Hinweis: Für die Konstante c in der Funktion h gilt $|c| > 0$, sodass keine Singularität um den Punkt $(0,0)$ entsteht.

- b) Nutzen Sie die Reihendarstellung der Exponentialfunktion, um die Ergebnisse für $f(x, y)$ und $g(x, y)$ zu bestätigen.

20. Pendel mit zeitabhängiger Länge

1+2+2=5 Punkte



Ein ebenes Pendel mit zeitabhängiger Länge $l(t)$ befinde sich im Schwerfeld der Erde.

- a) Stellen Sie die Zwangsbedingung auf.
b) Stellen Sie die Lagrange-Gleichungen 1. Art auf.
c) Bestimmen Sie den Lagrange-Parameter λ . Wie lautet jetzt die Bewegungsgleichung?
Hinweis: Die Bewegungsgleichung muss nicht gelöst werden.

21. Kräftefreier Massenpunkt auf der Ellipse

1+2+2=5 Punkte

Gegeben sei ein Massenpunkt, dessen Bewegung auf der Ellipse mit den Halbachsen a und b stattfindet. Auf den Massenpunkt wirken ausschließlich Scheinkräfte, die keine Arbeit verrichten. Somit ist die kinetische Energie T erhalten.

- Stellen Sie die Zwangsbedingung $g(x, y, z)$ auf. Wählen Sie hierzu den Ursprung des Koordinatensystems gleich dem Mittelpunkt der Ellipse.
- Stellen Sie die Lagrange-Gleichungen 1. Art auf.
- Wie lauten die Bewegungsgleichungen nach Elimination des Lagrange-Parameters?

22. Bewegung entlang einer Spirale II

1+2+2=5 Punkte

Gegeben ist eine Spirale γ mit Radius R , Ganghöhe h und Gesamthöhe $H = n \cdot h$, wobei $n \in \mathbb{N}$ die Anzahl der Windungen ist. Die Spirale γ kann durch folgende Parametrisierung beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \gamma: [0, 1] &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ p &\mapsto \underline{r}_\gamma(p) = \begin{pmatrix} R \cos(2\pi np) \\ -R \sin(2\pi np) \\ nh(1-p) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

- Wie viele Zwangsbedingungen sind für die Bewegung entlang einer Spirale notwendig? Begründen Sie Ihre Antwort.
- Bestimmen Sie die Zwangsbedingungen für die Bewegung entlang der gegebenen Spirale. Überlegen Sie sich durch welche Koordinate die anderen Koordinaten eindeutig bestimmt sind.
- Stellen Sie die Bewegungsgleichung für den Lagrange-Formalismus 1. Art auf.