

---

Theoretische Physik in 2 Semestern I  
7. Übung

---

[www.thp.uni-koeln.de/~as/thp2sem15.html](http://www.thp.uni-koeln.de/~as/thp2sem15.html)

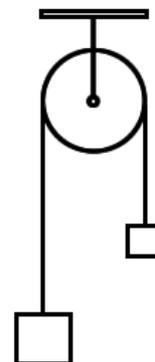
**Abgabe:** Montag, 15. Juni 2015

### 23. Atwoodsche Fallmaschine

3+2=5 Punkte

Zwei Massen  $m_1$  und  $m_2$  seien über eine massenlose drehbare Rolle durch eine massenlose Schnur der Länge  $\ell$  miteinander verbunden. Reibungseffekte werden hier vernachlässigt.

- a)
  1. Formulieren Sie die Zwangsbedingungen.
  2. Wählen Sie geeignete generalisierte Koordinaten.
  3. Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf.
  4. Bestimmen Sie die Bewegungsgleichungen des Systems mittels der Lagrange-Gleichungen (2. Art).
- b) Bestimmen Sie über die Newton'schen Bewegungsgleichungen die Fadenspannung.



### 24. Bewegung entlang einer Spirale III

2+1+1=4 Punkte

Gegeben ist eine Spirale  $\gamma$  mit Radius  $R$ , Ganghöhe  $h$  und Gesamthöhe  $H = n \cdot h$ , wobei  $n$  die Anzahl der Windungen ist. Die Spirale  $\gamma$  kann durch folgende Parametrisierung beschrieben werden:

$$\begin{aligned} \gamma : [0, 1] &\rightarrow \mathbb{R}^3 \\ q &\mapsto \underline{r}_\gamma(q) = \begin{pmatrix} R \cos(2\pi nq) \\ -R \sin(2\pi nq) \\ nh(1-q) \end{pmatrix} \end{aligned}$$

In Aufgabe 22 wurden die Lagrange-Gleichungen 1. Art aufgestellt. Die Elimination der Lagrange-Parameter und die Lösung der resultierenden Gleichungen erfordert in diesem Fall eine längere Rechnung. Deswegen wird das Problem im Lagrange-Formalismus 2. Art betrachtet.

Die potentielle Energie sei gegeben durch  $V(\underline{r}) = mgz$ . Weiter kann der Parametrisierungsparameter  $q$  als generalisierte Koordinate benutzt werden.

- a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion  $L(q, \dot{q}) = T(q, \dot{q}) - V(q, \dot{q})$  auf.
- b) Bestimmen Sie mit Hilfe der Lagrange-Funktion  $L$  die Lagrange-Gleichungen 2. Art.
- c) Lösen Sie die Lagrange-Gleichungen 2. Art und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Aufgabe 2e).

## 25. Doppelpendel

*2+2=4 Punkte*

Ein Massenpunkt der Masse  $m_2$  sei durch einen masselosen Stab der Länge  $\ell_2$  mit einem Massenpunkt der Masse  $m_1$  verbunden. Der Massenpunkt  $m_1$  ist durch einen masselosen Stab der Länge  $\ell_1$  an einem festen Punkt aufgehängt.

- a) Geben Sie die Zwangsbedingungen des Systems an und wählen Sie generalisierte Koordinaten, die für die Analyse des Problems nützlich sind.
- b) Bestimmen Sie die Lagrange-Funktion.

## 26. Hamilton-Formalismus

*2+2+2+1=7 Punkte*

Ein Massenpunkt bewege sich reibungsfrei auf der Bahn  $z = \exp(-rx)$  im Schwerfeld  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ .

- a) Stellen Sie die Lagrange-Funktion auf!
- b) Bestimmen Sie die Hamilton-Funktion!
- c) Wie lauten die Hamiltonischen Bewegungsgleichungen?
- d) Welche Erhaltungssätze gelten?