Prof. Dr. R. Schieder Priv.-Doz. Dr. A. Schadschneider

9. Übung zum Vorkurs Physik

Wintersemester 2005/2006

1. Rechenregeln für Logarithmen

a) Beweisen Sie die folgenden Gleichungen unter Verwendung der bekannten Rechenregeln für die Exponentialfunktion $e^A \cdot e^B = e^{A+B}$ bzw. $(e^n)^m = e^{n \cdot m}$:

1) $\ln(A \cdot B) = \ln(A) + \ln(B)$ 2) $\ln(\frac{A}{B}) = \ln(A) - \ln(B)$ 3) $\ln(A^m) = m \cdot \ln(A)$

b) Zeigen Sie die für einen Basiswechsel des Logarithmus gültige Gleichung

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a}.$$

2. Polynomdivision

a) Berechnen Sie durch Polynomdivision:

1) $(x^2 - 1) : (x - 1)$ 2) $(x^3 - 1) : (x - 1)$ 3) $(x^4 - 1) : (x - 1)$

b) Wie lautet für beliebiges $N \in \mathbb{N}$ das Ergebnis der Polynomdivision von

$$\frac{x^{N+1} - 1}{x - 1} \ .$$

3. Gebrochen-rationale Funktionen

a) Berechnen Sie den Definitionsbereich und die Null- und Polstellen folgender gebrochen-rationaler Funktion

$$f(x) = \frac{x^2 - 1}{x^3 - 2x^2 - 4x + 8}$$

und fertigen Sie vom Graphen eine qualitative Skizze an.

b) Führen Sie zu der Funktion

$$g(x) = \frac{3x^2 - 1}{x^3 - x}$$

eine Partialbruchzerlegung durch.

c) Existiert eine (reelle) Partialbruchzerlegung für die Funktion

$$g(x) = \frac{1}{x^2 + 1} \quad ?$$

d) Stellen Sie die Funktion

$$h(x) = \frac{x^3 + 6x^2 + 12x + 5}{x^2 + 3x + 2}$$

in der Form $h(x) = a(x) + \frac{r(x)}{n(x)}$ dar. Welche Bedeutung hat $a(x)$?