Universität zu Köln
Institut für Theoretische Physik

Michael Lässig
Johannes Berg

Theoretische Physik 3 - Quantenmechanik

Der Leistungsnachweis setzt sich aus einem Übungsteil (maximal erreichbare Punktzahl 100) und einem Klausurteil (2 Teilklausuren, insgesamt maximal erreichbare Punktzahl 100) zusammen. Zum Erhalt des Scheines sind insgesamt mindestens 100 Punkte nötig, davon mindestens 40 im Übungsteil und 40 im Klausurteil. Die in einzelnen Übungen vergebenen Punkte werden zum Schluss auf 100 skaliert, so dass die auf den Übungen angegebenen Punktzahlen nur das relative Gewicht der einzelnen Aufgaben widerspiegeln.

1. Übung – Dienstag 21 Oktober 2003

1. Der harmonische Oszillator in Bohr-Sommerfeld Quantisierung

Ein Punktteilchen der Masse m kann sich nur entlang der x-Achse bewegen, die Rückstellkraft $-kx$ sei proportional zur Auslenkung x vom Koordinatenursprung (eindimensionaler harmonischer Oszillator).

a) Stellen Sie die klassische Bewegungsgleichung auf und geben Sie die Lösung für $x(t=0) = A$ und $\dot{x}(t=0) = 0$ an. (5 Punkte)

b) Berechnen sie $\oint d\mathbf{q}.\mathbf{p}$ für eine Periode. (5 Punkte)

c) Wenden Sie die Bohr-Sommerfeld Quantisierungsregel auf diese Trajektorie an und berechnen sie ihre Energie und Amplitude. (10 Punkte)

2. Das Wasserstoffatom in Bohr-Sommerfeld Quantisierung

Wir betrachten ein Teilchen der Masse m und Ladung $-e$, das sich im Feld eines unendlich schweren Kerns bewegt. Das attraktive Coulomb-Potential dieser Wechselwirkung wird als $-Ze^2/r$ geschrieben. Im folgenden wird angenommen, daß sich das Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit v auf einer kreisförmigen Bahn mit Radius r bewegt.

a) Leiten sie durch Berücksichtigung von Coulomb-Wechselwirkung und Zentripetalkraft eine Beziehung zwischen r und v ab und berechnen Sie die Bahndrehperiode T als Funktion von r. (5 Punkte)

b) Nutzen sie diese Ergebnisse zur Berechnung von $\oint d\mathbf{q}.\mathbf{p}$. (5 Punkte)

c) Berechnen Sie in Bohr-Sommerfeld Quantisierung die Energie E und den Radius r der quantisierten Trajektorie. Geben Sie die Frequenz ν für Übergänge zwischen Zuständen mit Quantenzahlen n an und n' und berechnen Sie durch Vergleich mit dem Ausdruck $\nu = R(1/n^2 - 1/n'^2)$ die Rydbergkonstante R. (10 Punkte)

d) Berechnen sie näherungsweise den Abstand ΔE zwischen benachbarten Energieniveaus n und $n+1$ für große Werte von n und geben Sie die Frequenz $\nu = \Delta E/h$ für Übergänge zwischen diesen Niveaus als Funktion der Energie E an. Vergleichen Sie das Ergebnis mit dem der *klassischen* Drehfrequenz $1/T$ als Funktion der Energie. Interpretieren Sie das Ergebnis im Rahmen des Korrespondenzprinzips. (10 Punkte)