Übungsaufgaben zur Vorlesung

Computerphysik

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2012

Blatt 7: Abgabetermin: Montag, der 04.06.2012, in der Vorlesung; [E-Mails an Tutoren bis 04.06.2012, 12:00]

Aufgabe 1: harmonischer Oszillator; vollständige Funktionensysteme

Die Eigenfunktionen des quantenmechanischen harmonischen Oszillators lauten

$$\psi_n(x) = \pi^{-1/4} \frac{1}{\sqrt{2^n n!}} H_n(x) e^{-\frac{1}{2}x^2} \ .$$

Dabei wurden $\hbar = 1$, $m = 1$ und $\omega = 1$ gesetzt. Für die Hermite-Polynome $H_n(x)$ gilt:

$$\begin{aligned} H_0(x) &= 1 \ , \\ H_1(x) &= 2x \ , \\ H_{n+1}(x) &= 2xH_n(x) - 2nH_{n-1}(x) \ . \end{aligned}$$

a) Zeigen Sie numerisch, dass für die ersten zehn Eigenfunktionen gilt

$$(\psi_m, \psi_n) = \delta_{m,n} \ .$$

Das Skalarprodukt $(\ldots, \ldots)$ ist dabei definiert als

$$(\psi_m, \psi_n) = \int_{-\infty}^{\infty} \mathrm{d}x \, \psi_m^*(x) \psi_n(x) \ .$$

Hinweise: Verwenden Sie für die Integration die Trapezregel und schränken Sie den Integrationsbereich auf ein sinnvolles Intervall ein. Für die Erzeugung der Hermite-Polynome können Sie das Programm `hermite.c` übernehmen.
[Abgabe: `hermite-sp.c` per E-Mail an Tutoren]

b) Die $\psi_n(x)$ bilden ein vollständiges Funktionensystem, d.h.

$$\sum_n \psi_n^*(x') \psi_n(x) = \delta(x' - x) \ .$$

Damit lässt sich jede beliebige Funktion $\psi(x)$ eindeutig als Linearkombination der $\psi_n(x)$ darstellen, also

$$\psi(x) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n \psi_n(x) \quad \text{mit} \quad C_n = (\psi_n, \psi) \ .$$

Berechnen Sie numerisch die Koeffizienten C_n ($n = 0, 1, \ldots, 9$) für

$$\psi(x) = \pi^{-1/4} e^{-\frac{1}{2}(x-2)^2} \ .$$

[Abgabe: `hermite-lk.c` per E-Mail an Tutoren]

(7 Punkte)