Übungsaufgaben zur Vorlesung

Computerphysik

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2009

Blatt X: Abgabetermin: Montag, der 06.07.2009, 12:00

Aufgabe 23: Gauss-Elimination

Gegeben sei das folgende lineare Gleichungssystem:

$$\begin{aligned} x_1 - 2x_2 + 2x_3 &= 1 \ , \\ 2x_1 + x_2 - 4x_3 &= 0 \ , \\ -x_1 - x_2 + 2x_3 &= 3 \ . \end{aligned}$$

Lösen Sie dieses Gleichungssystem numerisch mit Hilfe der Gauss-Elimination.

a) Transformieren Sie das Gleichungssystem zunächst auf die Form

$$A^{(2)}\vec{x} = \vec{b}^{(2)} \ ,$$

mit der oberen Dreiecksmatrix $A^{(2)}$. Wie lauten die Matrizen $A^{(0)}$, $A^{(1)}$, $A^{(2)}$ und die Vektoren $\vec{b}^{(0)}$ $\vec{b}^{(1)}$, $\vec{b}^{(2)}$?

b) Bestimmen Sie durch iteratives Einsetzen in das Gleichungssystem $A^{(2)}\vec{x} = \vec{b}^{(2)}$ den gesuchten Vektor $\vec{x}$.

c) Setzen Sie schließlich zur Probe den Vektor $\vec{x}$ in das Gleichungssystem $A^{(0)}\vec{x} = \vec{b}^{(0)}$ ein.
[Abgabe: `gauss-e1.c` per e-mail an Tutoren]

(8 Punkte)

Aufgabe 24: Determinanten

Gegeben sind die folgenden $n \times n$-Matrizen:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & \cdots & & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 & & \\ 0 & 1 & 3 & \ddots & & \\ \vdots & 0 & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & \\ & & & & n-1 & 1 \\ 0 & & & & 1 & n \end{pmatrix} \quad , \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \cdots & & n \\ 2 & 1 & 2 & 3 & & \\ 3 & 2 & 1 & \ddots & & \\ \vdots & 3 & \ddots & \ddots & & \\ & & & & & \\ & & & & 1 & 2 \\ n & & & & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Berechnen Sie für $n = 5$ die folgenden Determinanten:

$$|A|, |B|, |AB| \ .$$

[Abgabe: `det1.c` per e-mail an Tutoren]

(4 Punkte)