Übungsaufgaben zur Vorlesung

Klassische Theoretische Physik I

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2011

Blatt 11: Abgabetermin: Dienstag, der 12.07.2011, 10:00 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1: Feld einer homogen geladenen Kugel

In der Vorlesung wurde das elektrische Feld einer homogen geladenen Kugel mit Hilfe des Gaußschen Satzes berechnet. Zeigen Sie, dass man das elektrische Feld auch über die Lösung der Poisson-Gleichung

$$\Delta\phi(\vec{r}) = -4\pi\rho(\vec{r}) \ ,$$

erhält.
Hinweise:
1. Die Ladungsdichte $\rho(\vec{r})$ und das elektrostatische Potential $\phi(\vec{r})$ hängen nur von $r = |\vec{r}|$ ab. Deswegen lässt sich die Rechnung vereinfachen, indem man den Laplace-Operator in Kugelkoordinaten verwendet:

$$\Delta\phi = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2\frac{\partial\phi}{\partial r}\right) + \dots \ ,$$

dabei steht ... für Terme, die partielle Ableitungen nach ϑ und φ enthalten.

2. Die Integrationskonstanten sollen durch folgende Randbedingungen festgelegt werden:

- $\phi(0)$ endlich,
- $\phi(\infty) = 0$,
- $\phi(r)$ stetig bei R,
- $\phi'(r)$ stetig bei R.

Aufgabe 2: Magnetfeld

Gegeben sei die Stromdichte eines unendlich dünnen Drahts

$$\vec{j}(\vec{r}) = j\delta(x)\delta(y)\vec{e}_z \ .$$

Berechnen Sie das von dieser Stromdichte erzeugte Magnetfeld mit Hilfe des Stokes'schen Satzes für $\vec{B}(\vec{r})$.
Hinweise:

- Setzen Sie für das Magnetfeld die Form (in Zylinderkoordinaten) $\vec{B}(\vec{r}) = f(\rho)\vec{e}_\varphi$ an, mit dem Einheitsvektor $\vec{e}_\varphi = \frac{1}{\rho}(-y, x, 0)$ in φ-Richtung, dem radialen Abstand $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$ von der z-Achse und einer zu bestimmenden Funktion $f(\rho)$.
- Verwenden Sie als Integrationsweg für das Linienintegral eine geschlossene Kreislinie in der x-y-Ebene mit Radius ρ um den Koordinatenursprung.