Übungsaufgaben zur Vorlesung

Klassische Theoretische Physik I

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2011

Blatt 3: Abgabetermin: Dienstag, der 26.04.2011, 10:00 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1: Drehimpuls

a) Zeigen Sie, dass der Gesamtdrehimpuls $\vec{L}$ eines N-Teilchen-Systems für $\vec{F}_{\rm e} = \vec{0}$ (keine äußeren Kräfte) eine Erhaltungsgröße ist.

b) Betrachten Sie ein System mit zwei Teilchen (Koordinaten $\vec{r}_1(t)$, $\vec{r}_2(t)$; Massen m_1, m_2). Schwerpunkts- und Relativkoordinate dieses Systems sind gegeben durch

$$\vec{R} = \frac{1}{M}\sum_{i=1}^{2} m_i \vec{r}_i \quad , \quad \vec{r} = \vec{r}_1 - \vec{r}_2 \ .$$

Geben Sie den Gesamtdrehimpuls $\vec{L}$ dieses Systems in den Koordinaten $\vec{R}$ und $\vec{r}$ (und deren Ableitungen) an.

(4 Punkte)

Aufgabe 2: Energieerhaltung für N-Teilchen-System

Die Gesamtenergie eines N-Teilchen-Systems E ist die Summe aus der gesamten kinetischen Energie T und der gesamten potentiellen Energie V, wobei sich V aus inneren und äußeren Anteilen zusammensetzt. Zeigen Sie, dass E eine Erhaltungsgröße ist. Hinweis: Der Beweis wurde in der Vorlesung nur skizziert, gefragt ist hier der vollständige Beweis.

(4 Punkte)

Aufgabe 3: dreidimensionaler harmonischer Oszillator

Ein Teilchen der Masse m befindet sich in einem Potential der Form $V(\vec{r}) = \alpha r^2$. Zur Zeit $t = 0$ befindet sich das Teilchen am Ort $\vec{r}(t=0) = (1,0,0)$; die Geschwindigkeit sei $\vec{v}_0 = (0,1,1)$.

a) Wie lauten das Kraftfeld $\vec{F}(\vec{r})$ und die Bewegungsgleichung für das Teilchen in kartesischen Koordinaten?

b) Geben Sie die allgemeine Lösung der Differentialgleichung sowie die spezielle Lösung unter den gegebenen Anfangsbedingungen an.

c) Berechnen Sie für die spezielle Lösung die Zeitabhängigkeit der kinetischen und potentiellen Energie. Gilt der Energieerhaltungssatz?

d) Berechnen Sie für die spezielle Lösung die Zeitabhängigkeit des Drehimpulses um den Bezugspunkt $\vec{r}_0 = (0, 0, 0)$.

(6 Punkte)

Aufgabe 4: Krummlinige Koordinaten

a) Gegeben sei ein Vektorfeld $\vec{A} = \vec{b} \times \vec{r}$ mit $\vec{b} = (0, 0, b)$. Zerlegen Sie dieses Vektorfeld nach dem lokalen Dreibein von Zylinderkoordinaten.

b) Ein Körper der Masse m befindet sich in einem Zentralkraftfeld der Form $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{e}_r$, wobei die Bewegung auf die x-y-Ebene eingeschränkt ist. Wie lautet die Newton'sche Bewegungsgleichung in ebenen Polarkoordinaten r und φ? Lösen Sie diese Differentialgleichungen für den Spezialfall einer Kreisbahn mit der Anfangsbedingung $\vec{r}(t = 0) = (R, 0)$. Warum ergibt sich bei der Lösung ein Unterschied zwischen anziehenden und abstoßenden Kräften?

(5 Punkte)