Übungsaufgaben zur Vorlesung

Klassische Theoretische Physik I

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2011

Blatt 6: Abgabetermin: Dienstag, der 17.05.2011, 10:00 (vor der Vorlesung)

Aufgabe 1: Keplerproblem: Parabeln und Ellipsen

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Winkelabhängigkeit der Radialkomponente der Relativkoordinate des Keplerproblems gegeben ist durch

$$r(\varphi) = \frac{k}{1 + \varepsilon\cos(\varphi)} \ .$$

Zeigen Sie, dass diese Gleichung in kartesischen Koordinaten den bekannten Gleichungen für eine Parabel ($\varepsilon = 1$) und einer Ellipse ($0 < \varepsilon < 1$) entspricht.

(5 Punkte)

Aufgabe 2: Zweikörperproblem mit Zentralkraft

Das Zentralpotential eines Zweikörperproblems sei gegeben durch

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^2}$$

Berechnen Sie — analog zur Vorlesung — die Funktion $r(\varphi)$ und leiten Sie daraus die Winkelverschiebung $\Delta\varphi$ für den Fall einer gebundenen Bewegung ab.

(5 Punkte)

Aufgabe 3: Phasenraumdarstellung

Skizzieren Sie das Phasenraumporträt für die eindimensionale Bewegung eines Teilchens im Potential $V(x)$ mit

$$V(x) = \begin{cases} V_0 & : \ |x| \le a \ , \\ 0 & : \ |x| > a \ , \end{cases} \qquad (V_0 > 0) \ .$$

(3 Punkte)

Aufgabe 4: Wiederholung: δ-Funktion

Berechnen Sie:

a)
$$\int_{-\infty}^{\infty} (x + x^2) \left[\delta(1 - x) + \delta(2 + x)\right] \mathrm{d}x$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^4 \delta(x - n + 1/2) \mathrm{d}x$$

Im folgenden betrachten Sie die δ-Funktion als Limes folgender Funktionenfolge:

$$\delta(x) = \lim_{n\to\infty} f_n(x) \ , \quad \text{mit} \quad f_n(x) = \begin{cases} n & : \quad |x| < \frac{1}{2n} \\ 0 & : \quad \text{sonst} \end{cases}$$

Berechnen Sie das Integral

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x)\delta(x) \ \mathrm{d}x \ , \quad \text{mit} \quad \psi(x) = 1 + x^2 \tag{1}$$

durch

c) direkte Auswertung von Gleichung (1).

d) Berechnung von
$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) f_n(x) \ \mathrm{d}x$$
mit anschließender Limesbildung $\lim_{n\to\infty}$.

(6 Punkte)