Übungsaufgaben zur Vorlesung

Klassische Theoretische Physik I

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2013

Blatt 5: Abgabetermin: Dienstag, der 04.06.2013, 10:00

Aufgabe 1: Keplerproblem: Parabeln und Ellipsen

In der Vorlesung wurde gezeigt, dass die Winkelabhängigkeit der Radialkomponente der Relativkoordinate des Keplerproblems gegeben ist durch

$$r(\varphi) = \frac{k}{1+\varepsilon\cos(\varphi)} \ .$$

Zeigen Sie, dass diese Gleichung in kartesischen Koordinaten den bekannten Gleichungen für eine Parabel ($\varepsilon = 1$) und einer Ellipse ($0 < \varepsilon < 1$) entspricht.

(5 Punkte)

Aufgabe 2: Zweikörperproblem mit Zentralkraft

Das Zentralpotential eines Zweikörperproblems sei gegeben durch

$$V(r) = -\frac{\alpha}{r} + \frac{\beta}{r^2}$$

Berechnen Sie — analog zur Vorlesung — die Funktion $r(\varphi)$ und leiten Sie daraus die Winkelverschiebung $\Delta\varphi$ für den Fall einer gebundenen Bewegung ab.

(5 Punkte)

Aufgabe 3: Diagonalisierung von Matrizen

Gegeben sei die symmetrische Matrix

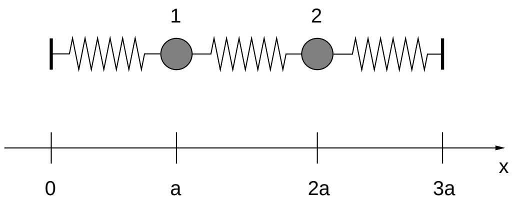
$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ .$$

a) Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix M. Hinweis: bei entarteten Eigenwerten sind orthonormierte Eigenvektoren im entsprechenden Unterraum zu wählen.

b) Konstruieren Sie aus den orthonormierten Eigenvektoren die Transformationsmatrix S und berechnen Sie das Matrixprodukt $S^{\mathrm{t}}MS$.

(4 Punkte)

Aufgabe 1: Zwei gekoppelte Oszillatoren



Betrachten Sie das in der Abbildung dargestellte eindimensionale System aus 2 Körpern (jeweils mit Masse m), die über Federn (jeweils mit Federkonstante k) untereinander und mit den Aufhängepunkten bei $x = 0$ und $x = 3a$ verbunden sind. Die Ruhelagen der Körper sind gegeben durch $x_{n,0} = na$ $(n = 1, 2)$ und die Auslenkungen aus den Ruhelagen durch $\xi_n = x_n - x_{n,0}$.

Berechnen Sie die Bahnen der beiden Körper, also $x_1(t)$ und $x_2(t)$, für die Anfangsbedingungen

$$x_1(t=0) = \frac{3}{2}a \quad , \quad x_2(t=0) = 2a \quad , \quad \dot{x}_1(t=0) = 0 \quad , \quad \dot{x}_2(t=0) = 0 \ .$$

Hinweis: Ausgangspunkt ist die in der Vorlesung angegebene allgemeine Lösung für die (physikalischen) Auslenkungen $\mathrm{Re}(\vec{\xi}(t))$.

(3 Punkte)