Übungsaufgaben zur Vorlesung

Klassische Theoretische Physik I

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2010

Blatt 11: Abgabetermin: Dienstag, der 20.07.2010, 10:00 (vor Beginn der Vorlesung)

Aufgabe 1: elektrisches Feld einer geladenen Kugel

Gegeben sei die Ladungsdichte einer geladenen Kugel (Radius R):

$$\rho(r) = \begin{cases} a + br + cr^2 & : \quad 0 \leq r \leq R \ , \\ 0 & : \quad r > R \ , \end{cases}$$

$(a, b, c \in \mathbb{R})$, die Ladungsdichte hängt also nur von $r = |\vec{r}|$ ab.

a) Berechnen Sie die Gesamtladung der Kugel.

b) Berechnen Sie das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{r})$ mit Hilfe des Gaußschen Satzes.

Betrachten Sie jetzt eine geladene Kugel mit beliebiger Ladungsverteilung $\rho_0(r)$ für $0 \leq r \leq R$ und Gesamtladung Q, also

$$\rho(r) = \begin{cases} \rho_0(r) & : \quad 0 \leq r \leq R \ , \\ 0 & : \quad r > R \ , \end{cases}$$

c) Wie hängt das elektrische Feld außerhalb der Kugel ($r > R$) von der Ladungsverteilung ab?

(4 Punkte)

Aufgabe 2: elektrostatisches Randwertproblem

Das Volumen V eines Würfels ($0 \leq x \leq L$, $0 \leq y \leq L$, $0 \leq z \leq L$) sei vollständig umgeben von einer Metallfläche. Die Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ in diesem Volumen sei $\rho(\vec{r}) = 0$ und das Potential auf der Metallfläche sei $\phi_{\rm m} = 0$. Zeigen Sie durch Lösen der Poisson-Gleichung, dass unter den gegebenen Randbedingungen das Potential in ganz V verschwindet.

(3 Punkte)

Aufgabe 3: Bildladungsmethode für kontinuierliche Ladungsverteilung

In dieser Aufgabe wird die Punktladung (siehe das Beispiel in der Vorlesung) ersetzt durch eine kontinuierliche Ladungsverteilung $\rho(\vec{r})$ mit $\vec{r} \in V$ und $V = \{\vec{r} = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3 | x < 0\}$. Die Metalloberfläche sei weiterhin gegeben durch $F = \{\vec{r} \in \mathbb{R}^3 | x = 0\}$ und die Randbedingung sei gegeben durch $\phi(\vec{r}) = 0$ für $\vec{r} \in F$.

a) Konstruieren Sie eine Ladungsverteilung $\rho_0(\vec{r})$, die für $\vec{r} \in V$ mit $\rho(\vec{r})$ übereinstimmt, und die die Randbedingung für das Potential für $\vec{r} \in F$ erfüllt.

b) Berechnen Sie die Normalkomponente des elektrischen Feldes auf der Metalloberfläche und damit die Oberflächenladungsdichte $\sigma(\vec{r})$.

c) Überprüfen Sie das Ergebnis für $\sigma(\vec{r})$ für die in der Vorlesung untersuchte Ladungsverteilung, also für $\rho(\vec{r}) = q\delta(\vec{r} - \vec{a})$.

(6 Punkte)