Übungsaufgaben zur Vorlesung

Klassische Theoretische Physik I

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2010

Blatt 4: Abgabetermin: Dienstag, der 18.05.2010, 10:00 (vor Beginn der Vorlesung)

Aufgabe 1: Wiederholung: δ-Funktion

Berechnen Sie:

a)
$$\int_{-\infty}^{\infty} (x + x^2)\,[\delta(1-x) + \delta(2+x)]\mathrm{d}x$$

b)
$$\sum_{n=1}^{\infty} \int_0^4 \delta(x - n + 1/2)\mathrm{d}x$$

c) Für welche Funktion $a(\varepsilon)$ ergibt der Limes folgender Funktionenfolge eine Darstellung der δ-Funktion:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} f_\varepsilon(x) = \delta(x) \quad \text{mit} \quad f_\varepsilon(x) = \left\{ \begin{array}{ccc} a(\varepsilon) & : & |x| < \varepsilon \\ 0 & : & \text{sonst} \ . \end{array} \right.$$

(3 Punkte)

Aufgabe 2: eindimensionale Bewegung im Schwerefeld

Zeichnen Sie das Phasenraumportrait für die eindimensionale Bewegung eines Teilchens (Masse m) im Schwerefeld, d.h. für $V(x) = mgx$.

(4 Punkte)

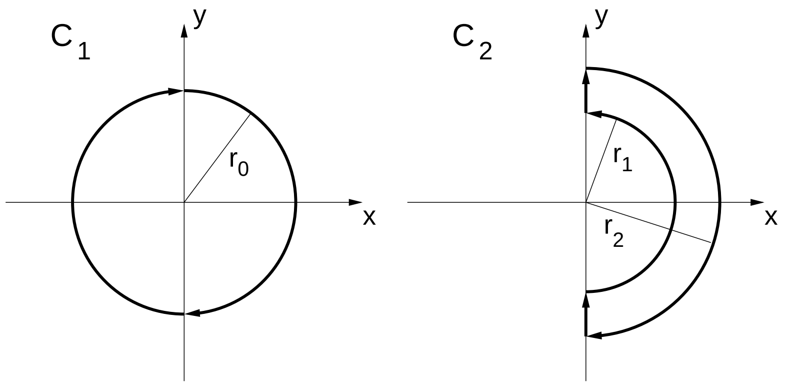
Aufgabe 3: Kraftfeld, Potential

Gegeben sei ein Kraftfeld der Form $\vec{F}(\vec{r}) = f(r)\vec{e}_\varphi$ (in Zylinderkoordinaten r, φ, z, d.h. $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ ist der radiale Abstand von der z-Achse).

a) Für welche Funktionen $f(r)$ ist $\vec{F}(\vec{r})$ im Gebiet $\mathbb{R}\backslash\{\vec{r}|r = 0\}$ wirbelfrei?

b) Berechnen Sie für dieses $\vec{F}(\vec{r})$ die Arbeit ΔA entlang der beiden (geschlossenen) Wege C_1 und C_2 (siehe Abbildung). (Beide Wege verlaufen in der x-y-Ebene, d.h. $z = 0$).

(6 Punkte)



Aufgabe 4: Zeitverbrauch bei eindimensionaler Bewegung

a) In der Vorlesung wurde die Schwingungsperiode einer gebundenen eindimensionalen Bewegung mit konstanter Energie E im Potential $V(x)$ abgeleitet:

$$\tau = 2\int_{x_1}^{x_2} \frac{1}{\sqrt{\frac{2}{m}(E - V(x))}} \mathrm{d}x \ ,$$

mit x_1, x_2 den beiden Umkehrpunkten und $E = V(x_1) = V(x_2)$. Das Potential sei gegeben durch $V(x) = k|x|^\alpha$ mit $\alpha > 0$ und $k > 0$.

Führen Sie eine geeignete Substitution auf eine Variable u durch, so dass der Integrand von der (dimensionslosen) Form $1/(\sqrt{1 - |u|^\alpha})$ ist. Lesen Sie am entstandenen Ausdruck ab, für welche Werte von α die Schwingungsperiode *nicht* von der Gesamtenergie abhängt.

b) Betrachten Sie jetzt das repulsive Potential $V(x) = -k|x|^\alpha$ mit $\alpha > 0$ und $k > 0$. Die Energie des Teilchens sei $E = 0$. Zur Zeit $t = 0$ befinde sich das Teilchen am Ort $x = x_0 > 0$. Für welche Werte von α ist die Zeit, die das Teilchen zum Erreichen der Punkte $x = 0$ und $x = \infty$ braucht, endlich?

(5 Punkte)