Übungsaufgaben zur Vorlesung

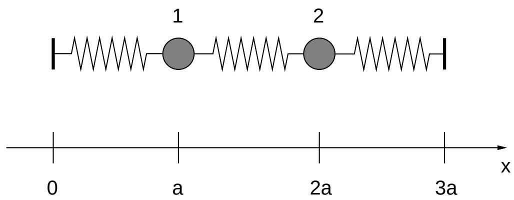
Klassische Theoretische Physik I

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

SS 2010

Blatt 6: Abgabetermin: Dienstag, der 15.06.2010, 10:00 (vor Beginn der Vorlesung)

Aufgabe 1: Zwei gekoppelte Oszillatoren



Betrachten Sie das in der Abbildung dargestellte eindimensionale System aus 2 Körpern (jeweils mit Masse m), die über Federn (jeweils mit Federkonstante k) untereinander und mit den Aufhängepunkten bei $x = 0$ und $x = 3a$ verbunden sind. Die Ruhelagen der Körper sind gegeben durch $x_{n,0} = na$ $(n = 1, 2)$ und die Auslenkungen aus den Ruhelagen durch $\xi_n = x_n - x_{n,0}$.

Berechnen Sie die Bahnen der beiden Körper, also $x_1(t)$ und $x_2(t)$, für die Anfangsbedingungen

$$x_1(t = 0) = \frac{3}{2}a \quad , \quad x_2(t = 0) = 2a \quad , \quad \dot{x}_1(t = 0) = 0 \quad , \quad \dot{x}_2(t = 0) = 0 \ .$$

Hinweis: Ausgangspunkt ist die in der Vorlesung angegebene allgemeine Lösung für die Auslenkungen $\vec{\xi}(t)$.

(3 Punkte)

Aufgabe 2: Diagonalisierung von Matrizen

Gegeben sei die symmetrische Matrix

$$M = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \ .$$

a) Berechnen Sie Eigenwerte und Eigenvektoren der Matrix M. Hinweis: bei entarteten Eigenwerten sind orthonormierte Eigenvektoren im entsprechenden Unterraum zu wählen.

b) Konstruieren Sie aus den orthonormierten Eigenvektoren die Transformationsmatrix S und berechnen Sie das Matrixprodukt $S^{\mathrm{t}}MS$.

(4 Punkte)

Aufgabe 3: n-faches Matrixprodukt

Berechnen Sie das Matrixprodukt M^n für

$$M = \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -2 \end{pmatrix} ,$$

und beliebige $n \in \mathbb{N}$.

(3 Punkte)

Aufgabe 4: Isotroper harmonischer Oszillator

Betrachten Sie den dreidimensionalen harmonischen Oszillator mit dem Potential

$$V(x, y, z) = \frac{1}{2} k r^2 .$$

Geben Sie die Eigenschwingungen dieses Systems an.

(2 Punkte)