

Klassische Theoretische Physik II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla, E. Gärtner

WS 2010/11

Blatt XII: Abgabetermin: Dienstag, 18.01.2011, 10:00 Uhr im Foyer

Aufgabe 39: Teilchen im Kreiskegel

Ein Massepunkt m rollt reibungsfrei auf einem in positive z -Richtung geöffneten Kreiskegel. Der Öffnungswinkel des Kegels sei 2α . Es wirke außerdem die Gravitationskraft in negative z -Richtung. Stellen Sie die Lagrangegleichungen 2. Art auf. Benutzen Sie die verallgemeinerten Koordinaten (φ, z) .

(4 Punkte)

Aufgabe 40: ebenes Doppelpendel

Betrachten Sie ein ebenes (!) Doppelpendel mit den Massen m_1 und m_2 , den Pendellängen l_1 und l_2 sowie den Auslenkungswinkeln ϕ_1 und ϕ_2 .

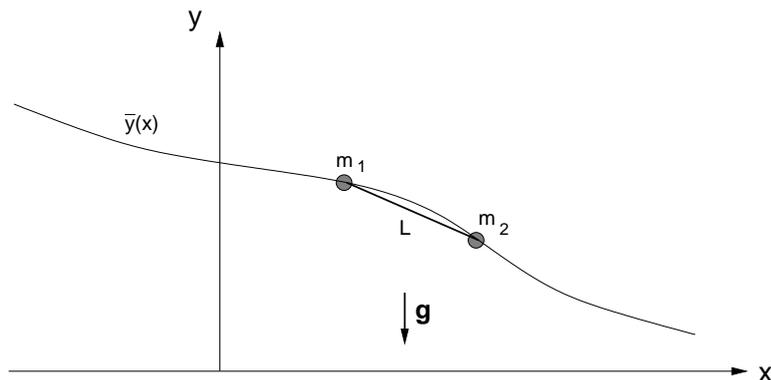
- Stellen Sie die Lagrangegleichungen 2. Art auf.
- Lösen Sie die Lagrangegleichungen für kleine Auslenkungen und den Spezialfall $m_1 = m_2 = m, l_1 = l_2 = l$. Nähern Sie hierzu die trigonometrischen Funktionen bis zu linearer Ordnung in den ϕ_i . Nehmen Sie auch an, dass neben den ϕ_i auch deren Ableitungen $\dot{\phi}_i$ klein sind.
- Lösen Sie für den Fall b) das Anfangswertproblem

$$\phi_1(0) = \phi_2(0) = \dot{\phi}_2(0) = 0, \quad \dot{\phi}_1(0) = \dot{\phi}_0.$$

Hinweise zur Lösung von Systemen von linearen gekoppelten Differentialgleichungen finden Sie im Skript zu KTP I.

(8 Punkte)

Aufgabe 41: Lagrangegleichungen 2. Art



Zwei Körper mit Massen m_1 und m_2 bewegen sich reibungsfrei entlang der Kurve $\bar{y}(x)$ in der x - y -Ebene. Die Gravitationskraft wirkt in negative y -Richtung. Wie in der Abbildung gezeigt, wird der Abstand zwischen beiden Körpern durch eine (masselose) Stange der Länge L festgehalten.

- a) Formulieren Sie die Zwangsbedingungen und geben Sie die Zahl der Freiheitsgrade an.

Im folgenden wird $\bar{y}(x) = x^2$ gesetzt.

- b) Zeigen Sie, dass in diesem Fall die durch die Stange verursachte Zwangsbedingung geschrieben werden kann als:

$$L^2 = (x_1 - x_2)^2 (1 + (x_1 + x_2)^2) .$$

- c) Zeigen Sie, dass die verallgemeinerte Koordinate $q = \frac{1}{2}(x_1 + x_2)$ zur Beschreibung des Systems ausreicht. Hinweis: Geben Sie die Transformationen $x_1 = x_1(q)$, $x_2 = x_2(q)$, $y_1 = y_1(q)$, $y_2 = y_2(q)$ an.

(5 Punkte)