Übungsaufgaben zur Vorlesung

Klassische Theoretische Physik II

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla, Dr. T. Rindler-Daller

WS 2008/09

Blatt V: Abgabetermin: 18.11.2008, 10:00

Aufgabe 16: Eigenzeit

Eine Uhr bewegt sich relativ zum Inertialsystem IS mit der Geschwindigkeit $v(t)$ in x-Richtung. Für $v(t)$ gilt:

$$v(t) = \begin{cases} +v_2 & \text{für } 0 < t < T \ , \\ -v_2 & \text{für } T < t < 2T, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Die bewegte Uhr befindet sich zur IS-Zeit $t = 0$ am Ursprung von IS und ist mit einer IS-Uhr am Ursprung synchronisiert.

a) Um wieviel geht die bewegte Uhr bei der Rückkehr zum Ursprung von IS nach?

Betrachten Sie nun denselben Vorgang von einem relativ zu IS mit Geschwindigkeit v_1 bewegten Inertialsystem IS′ aus.

b) Welche Koordinaten haben die Ereignisse Umkehr und Ankunft der Uhr in IS′?

c) Welche Geschwindigkeiten hat die bewegte Uhr in IS′?

d) Berechnen Sie die Eigenzeit der bewegten Uhr von IS′ aus und vergleichen Sie das Ergebnis mit dem aus Aufgabe a).

(6 Punkte)

Aufgabe 17: Lorentztransformation der elektromagnetischen Felder

Der Feldstärketensor

$$F = \begin{pmatrix} 0 & -E_x & -E_y & -E_z \\ E_x & 0 & -B_z & B_y \\ E_y & B_z & 0 & -B_x \\ E_z & -B_y & B_x & 0 \end{pmatrix}$$

ist ein Lorentztensor. Beim Übergang in ein anderes Inertialsystem gilt $F' = \Lambda F \Lambda^T$ und F' hat in IS' dieselbe Gestalt wie F in IS:

$$F' = \begin{pmatrix} 0 & -E'_x & -E'_y & -E'_z \\ E'_x & 0 & -B'_z & B'_y \\ E'_y & B'_z & 0 & -B'_x \\ E'_z & -B'_y & B'_x & 0 \end{pmatrix} . \tag{1}$$

Daraus können Sie die entsprechenden Lorentztransformationen für die Felder $\vec{E}$ und $\vec{B}$ herleiten. Sie können sich wiederum auf eine Lorentztransformation in x-Richtung beschränken.

(5 Punkte)

Aufgabe 18: Energie-Impuls-Beziehung

Zeigen Sie, dass die relativistische Energie E (siehe Vorlesung) und der relativistische Impuls (definiert als $\vec{p} = \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$) über die relativistische Energie-Impuls-Beziehung

$$E^2 = m^2c^4 + c^2\vec{p}^2$$

zusammenhängen. Worauf reduziert sich diese Beziehung im nichtrelativistischen ($v \ll c$) bzw. ultrarelativistischen ($0 < (1 - v/c) \ll 1$) Grenzfall?

(3 Punkte)

Aufgabe 19: hyperbolische Bewegung

Die relativistische Bewegungsgleichung lautet

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \frac{m\vec{v}}{\sqrt{1-v^2/c^2}} = \vec{F} \ .$$

Lösen Sie diese Gleichung unter der Annahme einer konstanten Kraft in x-Richtung, $F = mg$ mit konstanter Beschleunigung g, d.h. bestimmen Sie $v(t) = dx/dt$ und $x(t)$ mit den Anfangsbedingungen $v(0) = 0, x(0) = 0$. Worauf reduzieren sich die Ausdrücke im nichtrelativistischen und ultrarelativistischen Grenzfall? Skizzieren Sie $v(t)$ und $x(t)$ und diskutieren Sie das Resultat.

(6 Punkte)