

Mathematische Methoden - WS 2011/12

Blatt 1

Aufgabe 1: Kurvendiskussion

a) $f_1(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$ $f_1'(x) = 3x^2 + 4x - 1$

Nullstellen: $x_1 = 1, x_2 = -1, x_3 = -2$ Extremwerte: $x_{ab} = \frac{1}{3}(-2 \pm \sqrt{7})$

asymptotische Verhalten: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_1(x) = \infty, \lim_{x \rightarrow -\infty} f_1(x) = -\infty$

Symmetrien: keine

b) $f_2(x) = \frac{\cos(x)}{1+x^2}$ Nullstellen: $x_n = \frac{\pi}{2} + n\pi, n \in \mathbb{Z}$

$f_2'(x) = -\frac{1}{(1+x^2)^2} \left[(1+x^2)\sin(x) + 2x\cos(x) \right]$
 $= 0 \rightarrow$ nicht analytisch lösbar

asymptotisches Verhalten: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f_2(x) = 0, \lim_{x \rightarrow -\infty} f_2(x) = 0$

Symmetrien: $f_2(x) = f_2(-x)$

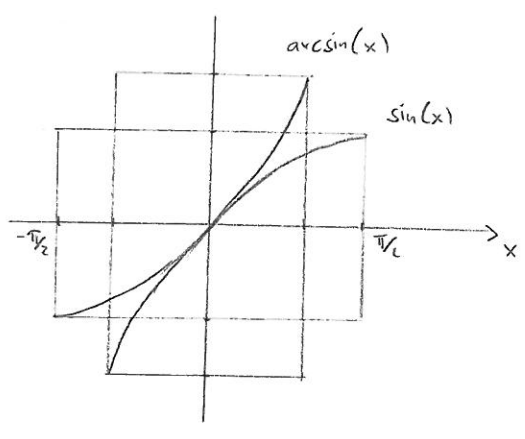
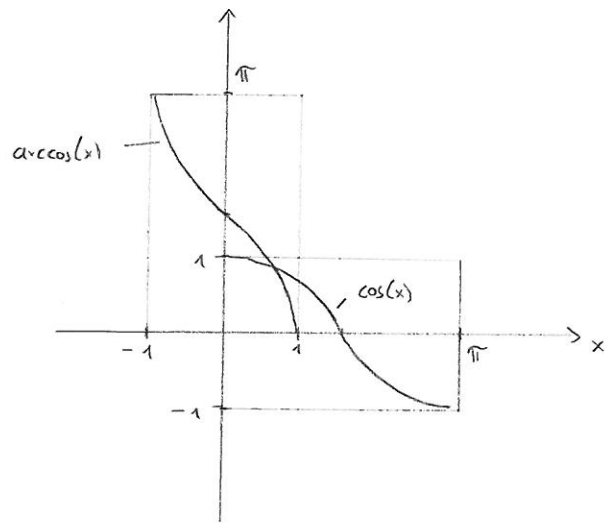
Aufgabe 2: Umkehrfunktionen

a) $\cos(x) : [0, \pi] \rightarrow [-1, 1]$

$\arccos(x) : [-1, 1] \rightarrow [0, \pi]$

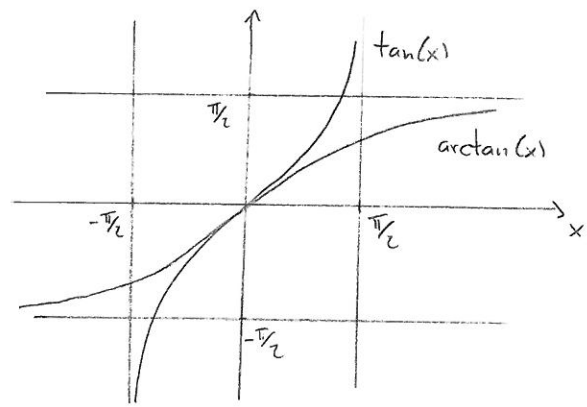
b) $\sin(x) : [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}] \rightarrow [-1, 1]$

$\arcsin(x) : [-1, 1] \rightarrow [-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$



$$c_3 \quad \tan(x) : \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right] \rightarrow \mathbb{R}$$

$$\arctan(x) : \mathbb{R} \rightarrow \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$$



Aufgabe 3 : der natürliche Logarithmus

$$a_3 \quad \ln(2x) + \ln(2y) - \ln(z) - \ln(4) = \ln(x) + \ln(y) - \ln(z)$$

$$b_3 \quad \ln(x^2 - y^2) - \ln(2(x-y)) = \ln(x+y) - \ln(2)$$

$$c_3 \quad \ln(x^{\frac{2}{3}}) - \ln(x^{-\frac{4}{3}}) = 2 \ln(x)$$

Aufgabe 4 : Differentiation

$$a_3 \quad f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2, \quad f'(x) = 2x - \frac{2}{x^3}$$

$$b_3 \quad f(x) = \cos(x^2) \cos^2(x)$$

$$f'(x) = -2(x \cos^2(x) \sin(x^2) + \cos(x) \cos(x^2) \sin(x))$$

$$c_3 \quad f(x) = \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x}\right), \quad f'(x) = \frac{1}{e^x - 1}$$