

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Mathematische Methoden

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla

WS 2011/2012

Blatt 3: Abgabetermin ist Donnerstag, der 03.11.2011, für Gruppe 5 (Do. 8:15 - 9:45) in den Übungen und für alle anderen Gruppen in der Vorlesung.

Aufgabe 1: Taylor-Reihe

Bestimmen Sie die Taylor-Reihen der folgenden Funktionen. Schreiben Sie das Ergebnis in der Form

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} a_n x^n,$$

d.h. geben Sie die Koeffizienten a_n explizit an.

a) $f(x) = x \sin(x)$

b) $f(x) = \cos(x) + \sin(x)$ (2 Punkte)

Bis jetzt wurden nur Beispiele gebracht, in denen die Taylor-Reihe um den Punkt $x = 0$ zu bilden war. Die allgemeine Formel für die Entwicklung um den Punkt $x = x_0$ lautet:

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x - x_0)^n}{n!} f^{(n)}(x_0) .$$

c) Bestimmen Sie damit die Taylor-Entwicklung des Logarithmus $\ln(x)$ um den Punkt $x_0 = 1$.

Aufgabe 2: bestimmtes und unbestimmtes Integral

Berechnen Sie folgende Integrale

a)

$$\int_0^{\ln 2} \sinh x \, dx$$

b)

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x}}{x^3} \, dx \quad (1 \text{ Punkt})$$

c)

$$\int_0^{(\ln a)^{-1}} a^x \, dx \quad (1 \text{ Punkt})$$

d) Berechnen Sie folgendes Integral mit Hilfe partieller Integration:

$$\int_1^a x^m \ln(x) \, dx \quad (2 \text{ Punkte})$$

e) Berechnen Sie folgendes Integral mit Hilfe der Substitution $x = a \sin(\alpha)$ (α ist die Substitutionsvariable):

$$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$$

Bestimmen Sie die Stammfunktion für

f)

$$f(x) = \sum_{n=0}^m (n+1)! x^n \quad (1 \text{ Punkt})$$

Aufgabe 3: uneigentliches Integral

Berechnen Sie folgende Integrale

a)

$$\int_1^\infty \frac{1}{x^2} \, dx$$

b)

$$\int_0^2 \frac{2x}{x^2 - 1} \, dx \quad (2 \text{ Punkte})$$