

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Mathematische Methoden

Priv. Doz. Dr. R. Bulla, L. Hollender

WS 2009/2010

Blatt I: Abgabetermin 20.10.2009 vor der Vorlesung

Aufgabe 1: Kurvendiskussion

Führen Sie für die folgenden Funktionen eine Kurvendiskussion durch, d.h. bestimmen Sie die Nullstellen, Extrema, das asymptotische Verhalten (für $x \rightarrow -\infty$ und $x \rightarrow +\infty$) und die Symmetrien. Außerdem sollen die Funktionen mit Hilfe dieser Kenntnisse von Hand skizziert werden.

a)

$$f_1(x) = x^3 + 2x^2 - x - 2$$

b)

$$f_2(x) = \frac{\cos(x)}{1 + x^2}$$

c)

$$f_3(x) = \sqrt{1 + x^2}$$

(6 Punkte)

Aufgabe 2: Umkehrfunktionen

Geben Sie an, auf welchen Intervallen im Definitionsbereich die folgenden Funktionen bijektiv sind. Geben Sie die dazugehörige Zielmenge an und skizzieren Sie die Funktion und ihre Umkehrfunktion in einem Graphen.

a) $f_4(x) = \cos(x)$

b) $f_5(x) = \sin(x)$

c) $f_6(x) = \tan(x)$

(3 Punkte)

(bitte wenden)

Aufgabe 3: Der natürliche Logarithmus

Vereinfachen Sie für $x, y, z > 0$ und $x > y$ die Ausdrücke

a) $\ln(2x) + \ln(2y) - \ln(z) - \ln(4)$

b) $\ln(x^2 - y^2) - \ln(2(x - y))$

c) $\ln(x^{\frac{2}{3}}) - \ln(\sqrt[3]{x^{-4}})$

(3 Punkte)

Aufgabe 4: Differentiation

Bestimmen Sie die Ableitung der folgenden Funktionen bezüglich x :

a)

$$f(x) = \left(x + \frac{1}{x}\right)^2$$

b)

$$f(x) = \cos(x^2) \cos^2(x)$$

c)

$$f(x) = \ln\left(\frac{e^x - 1}{e^x}\right)$$

d)

$$f(x) = x^{x^x}$$

e)

$$f(x) = \frac{2x}{ax + 1}$$

f)

$$f(x) = e^{\cos(\omega x)}$$

(6 Punkte)

*Aufgabe 5: Trigonometrische Funktionen

Berechnen Sie aus geometrischen Überlegungen die Werte $\sin(\pi/4)$, $\sin(\pi/6)$, $\cos(\pi/3)$ und $\cos(\pi/6)$. Zur Verkürzung der Rechnungen können die Beziehungen zwischen den Winkelfunktionen aus der Vorlesung benutzt werden.

(4 Punkte)