

Übungsaufgaben zur Vorlesung

Mathematische Methoden

Priv.-Doz. Dr. R. Bulla, L. Hollender

WS 2009/2010

Blatt II: Abgabetermin 27.10.2009 vor Vorlesung

Aufgabe 1: Differentiation und Taylorreihe

- Gegeben sei die Funktion $f(x) = \exp(-(x-1)^2)$. Berechnen Sie $f'(x)$, $f''(x)$ und skizzieren Sie $f(x)$, $f'(x)$.
- Skizzieren Sie die Funktion $f(x) = \ln(\sin^2(x))$.

Bestimmen Sie die Potenzreihenentwicklung folgender Funktionen (jeweils um den Punkt $x = 0$)

- $f(x) = a^x$
- $f(x) = \frac{1}{(1+x)^2}$

(4 Punkte)

Aufgabe 2: Hyperbolische Funktionen

Gegeben seien die Funktionen Sinus Hyperbolicus und Kosinus Hyperbolicus, welche definiert sind als

$$\begin{aligned}\sinh(x) &= \frac{1}{2}(e^x - e^{-x}) \\ \cosh(x) &= \frac{1}{2}(e^x + e^{-x}).\end{aligned}$$

- Führen Sie eine Kurvendiskussion für $\sinh(x)$ und $\cosh(x)$ durch, wie in Aufgabe 1 von Blatt I. Berechnen Sie außerdem die Ableitung der beiden Funktionen.
- Zeigen Sie: $\cosh^2(x) - \sinh^2(x) = 1$
- Bestimmen Sie die Taylorreihe von $\cosh(x)$ und $\sinh(x)$ um $x = 0$.

(4 Punkte)

(bitte wenden)

Aufgabe 3: bestimmte Integrale

Berechnen Sie folgende Integrale

a)

$$\int_0^{\ln 2} \sinh x \, dx$$

b)

$$\int_1^2 \frac{\sqrt{x}}{x^3} \, dx$$

c)

$$\int_0^{(\ln a)^{-1}} a^x \, dx$$

d) Berechnen Sie folgendes Integral mit Hilfe partieller Integration:

$$\int_1^a x^m \ln(x) \, dx$$

e) Berechnen Sie folgendes Integral durch Substitution:

$$\int_0^a \sqrt{a^2 - x^2} \, dx$$

(5 Punkte)

Aufgabe 4: unbestimmte Integrale

Bestimmen Sie die Stammfunktionen für

a)

$$f(x) = x^a$$

b)

$$f(x) = \sum_{n=0}^m (n+1)! x^n$$

c)

$$f(x) = \sum_{n=0}^m a_n (\sin x + (-1)^n \cos x)$$

(3 Punkte)